

КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

QUASI-CLASSICAL APPROXIMATION FOR HEAVY ION ELASTIC SCATTERING

В. С. Барашенков, В. Ф. Никитин

Лаборатория вычислительной техники и автоматизации, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна*

(Поступила в редакцию 13 июня 1978 г.; исправленная версия поступила 25 октября 1978 г.)

Quasi-classical approximation is used to describe heavy nuclei interactions near the Coulomb barrier. The relative motion of colliding nuclei occurs not along geometric optics straight paths, as is the case in the high energy region, but along the curved Coulomb trajectories. The influence of this effect is considered.

В случае, когда длина дебройлевской волны $\lambda/2\pi$ относительного движения двух объектов (квантовая „размазка“ траектории) значительно меньше их размеров, для описания взаимодействия этих объектов хорошо применимо квазиклассическое приближение геометрической оптики. Сечения взаимодействия при этом оказываются зависящими всего лишь от двух подгоночных параметров, определяющих амплитуду упругого рассеяния налетающей частицы внутриядерным нуклоном на угол $\theta = 0$ (или соответствующую амплитуду рассеяния двух нуклонов сталкивающихся ядер) [1]. Необходимые для вычисления сечений плотности распределения внутриядерного вещества известны из анализа рассеяния быстрых электронов на ядрах, фоторождения ρ -мезонов и других экспериментов.

При столкновении ядер величина $\lambda/2\pi$ значительно меньше размеров ядер уже при кинетических энергиях $T \simeq 5 \div 10$ МэВ/нуклон, вблизи кулоновского барьера. Применение простого квазиклассического приближения в этом случае было бы более удобным, чем обычно использующиеся многопараметрические подходы, основанные на феноменологической аппроксимации комплексного потенциала или фазы рассеяния. Однако сильное кулоновское взаимодействие искривляет траектории сталкивающихся ядер, благодаря чему приближение геометрической оптики становится незаконным.

* Address: Joint Institute for Nuclear Research, Head Post Office, P. O. Box 79, Moscow, USSR.

Для того, чтобы получить более точное приближение, будем считать, что относительное движение сталкивающихся ядер происходит не по прямым лучам геометрической оптики, а вдоль кулоновских траекторий. При этом полная амплитуда рассеяния на угол θ будет суммой амплитуды чисто кулоновского рассеяния и амплитуды ядерного рассеяния, проявляющегося как отклонение от кулоновских траекторий¹. Фаза ядерного рассеяния выразится через комплексный ядерный потенциал U вдоль кулоновской траектории S :

$$\eta_l = \int_0^{\infty} \frac{U(S)}{\hbar v_s} dS,$$

где

$$v_s = \sqrt{2T_s/M} = \sqrt{2[T - V_c(S)]/M} = v \sqrt{1 - V_c(S)/T}$$

— скорость относительного движения вдоль траектории S , выраженная через относительную скорость сталкивающихся ядер v , кинетическую энергию налетающего ядра в лабораторной системе координат T и кулоновский потенциал V_c .

Учитывая далее уравнение движения частиц в кулоновском поле

$$r^2 \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 = \frac{\varrho^2}{r^2 - \varrho^2 - r^2 V_c(r)/T},$$

где φ — полярный угол, $\varrho = \lambda l / 2\pi$, l — орбитальное число (см., например, [2]) и очевидное геометрическое соотношение,

$$(dS)^2 = (dr)^2 + (rd\varphi)^2,$$

можно записать

$$\frac{dS}{dr} = \sqrt{1 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2} = r \sqrt{\frac{1 - V_c(r)/T}{r^2 - \varrho^2 - r^2 V_c(r)/T}}$$

и перейти в выражении для фазы η_l к более удобному интегрированию по радиусу r или по использующейся в геометрической оптике переменной: $S = \sqrt{r^2 - \varrho^2}$:

$$\eta_l = - \frac{1}{\hbar v} \int_{r_0}^{\infty} \frac{U(r) r dr}{\sqrt{r^2 - \varrho^2 - r^2 V_c(r)/T}} = - \frac{1}{\hbar v} \int_{S_0}^{\infty} \frac{U(\sqrt{S^2 + \varrho^2}) S dS}{[S^2 - (S^2 + \varrho^2) V_c(\sqrt{S^2 + \varrho^2})/T]^{1/2}}, \quad (1)$$

Здесь r_0 — корень уравнения $r^2 - \varrho^2 - r^2 V_c(r)/T = 0$, $S_0 = r_0 \sqrt{V_c(r_0)/T}$.

¹ Как обычно, каждая l -ая волна ядерной амплитуды $A_l \sim (1 - e^{2i\eta_l})$ умножается также на фактор $e^{2i\delta_l}$, где δ_l — фаза кулоновского рассеяния.

Вследствие сильного поглощения, характерного для взаимодействия ядер, фазы η_i чувствительны к потенциалу V_c лишь при достаточно больших параметрах удара ϱ , когда можно приближенно положить $V_c(r) = Z_1 Z_2 / r$ (Z_i — заряд i -ого ядра)². При этом

$$r^2 V_c(r) / T = 2r(Z_1 Z_2 / \hbar v) (\hbar / Mv) = \kappa \lambda r / \pi, \quad S_0 = \sqrt{\kappa \lambda r_0 / \pi},$$

$$r_0 = \frac{\lambda}{2\pi} (\kappa + \sqrt{l^2 + \kappa^2}), \quad \kappa = Z_1 Z_2 / \hbar v.$$

Ядерный потенциал в квазиклассическом приближении имеет вид:

$$\begin{aligned} U(r) &= -A_1 A_2 \sigma (1 + i\alpha) \int d_{\text{H}}(\bar{x}') d_{\text{M}}(\bar{x} + \bar{x}') d^3 x' \\ &= -2\pi A_1 A_2 \sigma (1 + i\alpha) \int_0^\infty R^2 d_{\text{H}}(R) dR \int_{-1}^{+1} d_{\text{M}}(\sqrt{r^2 + 2Rr\xi + R^2}) d\xi, \end{aligned}$$

где $d_{\text{H}}(R)$ и $d_{\text{M}}(R)$ — экспериментальные ядерные плотности налетающего ядра и ядра-мишени, A_1 и A_2 — массовые числа этих ядер, $R = |\bar{x}'|$, $r|\bar{x}|$, $\sigma(1 + i\alpha)$ — амплитуда упругого рассеяния на нулевой угол нуклонов сталкивающихся ядер (подробное обсуждение этой формулы см. в [1]).

Амплитуда взаимодействия внутриядерных нуклонов отличается от амплитуды взаимодействия свободных частиц, поэтому величины σ и α являются *подгоночными параметрами*, определяемыми из сравнения расчетного сечения с экспериментом³.

Вызванное кулоновскими силами изменение фазы η_i быстро возрастает при переходе к большим параметрам удара $\varrho = \lambda l / 2\pi$ (см. рис. 1). Однако на величине сечения ядерного рассеяния $\sigma_{\text{яд}}(\theta) = \sigma(\theta) - \sigma_{\text{кул}}(\theta)$ существенно сказывается лишь изменения тех фаз, которые соответствуют периферическим столкновениям с параметрами удара $\varrho \sim R_1 + R_2$, где R_i — средние радиусы ядер, так как при меньших значениях ϱ рассеяние является практически целиком дифракционным², а при больших ϱ слишком мала вероятность ядерного взаимодействия ($\eta_i \rightarrow 0$) и рассеяние становится чисто кулоновским.

² При параметрах удара, соответствующих „центральных столкновениям“ ядер, $\exp(2i\eta_{ll}) \simeq 0$ и ядерное рассеяние становится практически целиком дифракционным, независимо от вида потенциалов $U(r)$ и $V_c(r)$.

³ Если $\delta(1 + i\alpha)$ приравнять амплитуде взаимодействия свободных нуклонов, то полного согласия с опытом не удастся добиться даже при очень высоких энергиях $T \gtrsim$ ГэВ/нуклон [3]. Заметим, что выражение (1) можно получить также путем разложения суммарной фазы в

$$\text{ВКБ-приближении} \quad \eta_{ll}^{\text{ВКБ}} = \int_{r_0}^{\infty} \left\{ \left[1 - \frac{U(r) + V_c(r)}{T} - \frac{l^2}{(kr)^2} \right]^{1/2} + \frac{\eta}{kr} - 1 \right\} d(kr) - kr_0 + \kappa \ln(kr_0)$$

+ $\frac{\pi}{2} (l + \frac{1}{2})$ по малому параметру $|U(r)|/T$ и вычитания кулоновской фазы $\eta_l^c \equiv \eta_l|_{U=0}$. Однако вид потенциала $U(r)$ при этом остается не определенным.

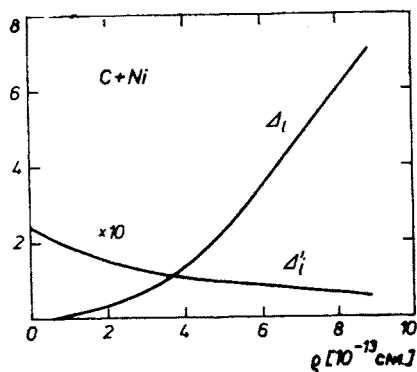


Рис. 1. Отношение фаз ядерного рассеяния $\Delta_l = (\eta_l^0 - \eta_l)/\eta_l$ и $(\eta_l' - \eta_l)/\eta_l$, где $\eta_l^0 \equiv \eta_l$ (без кул.) и $\eta_l \equiv \eta_l$ (с кул.) — фазы вычисленные соответственно без учета и с учётом всех кулоновских поправок, η_l' — фаза, при вычислении которой кулоновские поправки учтены лишь в нижнем пределе интеграла (1). Взаимодействие $^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ при $T = 10,4$ МэВ/нуклон. Параметр удара $\rho = \lambda l/2\pi$

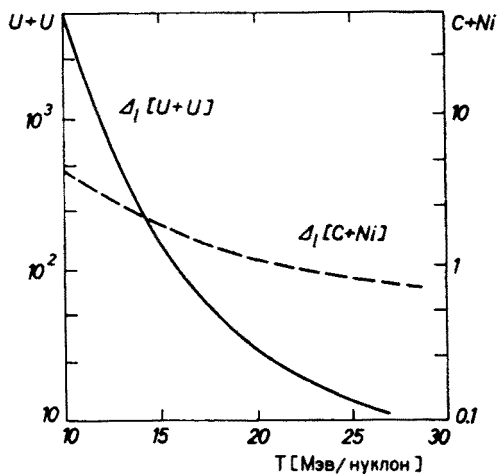


Рис. 2. Величина отношения фаз Δ_l в реакциях рассеяния $^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ и $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$ при различных энергиях налетающего ядра T . Фазы вычислены для параметра удара, равного сумме радиусов сталкивающихся ядер

Для энергий вблизи кулоновского барьера, при $T \simeq 10$ МэВ/нуклон, где в настоящее время выполняется большинство экспериментов с тяжелыми ионами, учет кулоновских сил уменьшает величину существенных фаз приблизительно в 5 раз в случае взаимодействия $^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ и на несколько порядков в случае столкновений очень тяжелых ядер. Как видно из рисунка 2, кулоновские эффекты остаются весьма заметными даже при энергиях ядер в несколько десятков МэВ/нуклон.

Формула (1) показывает, что кулоновские силы приводят к уменьшению области перекрытия сталкивающихся ядер (нижний предел интегрирования обычной оптической модели $\rho \rightarrow r_0 > \rho$) и одновременно — к эффективному увеличению

взаимодействия в этой области благодаря отрицательному члену $-r^2 V_c(r)/T$ в знаменателе. Из рис. 1 видно, что изменение ядерной фазы происходит, в основном, за счет первого из этих эффектов. В реакции $^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ возрастание наиболее существенных фаз в районе $\varrho \sim R_1 + R_2$ за счет эффективного увеличения взаимодействия составляет всего лишь около 5—10%. В случае взаимодействия двух ядер урана соответствующее увеличение фаз составляет менее 15%.

Сравнение расчетных дифференциальных сечений рассеяния тяжелых ионов $\sigma(\theta)$ с известными экспериментальными данными показало, что подбором параметров σ и α можно получить согласие с опытом при всех энергиях, выше кулоновского барьера.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] В. С. Барашенков, В. Д. Тонеев, *Взаимодействие высокоэнергетических частиц и ядер с ядрами*, Атомиздат, Москва 1972.
- [2] Л. Д. Ландау, И. М. Лифшиц, *Механика*, Физматгиз, Москва 1958.
- [3] В. С. Барашенков, Ж. Ж. Мусульманбеков, *Acta Phys. Pol.* **B10**, 373 (1979).