

ЭФФЕКТЫ КУЛОНОВСКОЙ ДИСТОРСИИ СТАЛКИВАЮЩИХСЯ ЯДЕР

Coulomb Distortion Effects of Colliding Nuclei

Я. Грабовский

Институт ядерной физики, Краков*

Б. Н. Калинин, В. И. Мартынов

Объединенный институт ядерных исследований,
Лаборатория теоретической физики***(Поступили в редакцию 8 июля 1970 г.)*

Рассмотрен вопрос о динамической деформации сталкивающихся ядер в околобарьерной области энергий, обусловленной их кулоновским взаимодействием.

В отличие от обычно используемого условия квазистатичности столкновения учтены квантовые эффекты и выяснено их влияние на высоту кулоновского барьера. Высказаны также соображения относительно их роли в реакции передачи.

The paper deals with the problem of the dynamic distortion of colliding particles in the near-barrier energy range conditioned by their Coulomb interaction. In contradistinction to the usually assumed condition of quasistatic collision, this work takes account of quantum effects and their effect on the height of the Coulomb barrier.

There are also considerations concerning their role in exchange reactions.

1. Введение

По мере развития исследований в области реакции между сложными ядрами становится ясно, что для их теоретического анализа далеко недостаточно использовать методы, развитые для описания более простых процессов, протекающих при взаимодействии нуклона с ядром.

Среди факторов, обуславливающих возникновение нового качества, в первую очередь следует отметить большую величину кулоновского взаимодействия, которое в обычных реакциях в большинстве случаев не приводит к существенным эффектам.

* Адрес: Instytut Fizyki Jądrowej, Kraków 23, Radzikowskiego 152, Poland.

** Адрес: Joint Institute for Nuclear Research, Head Post Office, P.O. Box 79, Moscow, USSR.

В настоящее время ускорители дают интенсивные пучки тяжелых ионов с зарядом до $Z = 18$. Предпринимаются попытки ускорять ядра с $Z = 54$. В ближайшие годы набор ускоряемых ядер охватит ядра практически всех элементов периодической таблицы.

О величине энергии кулоновского взаимодействия в этих условиях можно получить представление, если провести грубую оценку величины кулоновского барьера для системы, состоящей из двух ядер урана. Он приблизительно равен 0,8 Гэв. Это — огромная энергия, даже если пользоваться масштабами, характерными для интенсивности ядерных сил.

Наличие мощных кулоновских сил, естественно, не может не сказаться на ходе процесса столкновений. А это, в свою очередь должно проявиться в ряде ядерных реакций. Здесь мы рассмотрим эффект динамической деформации сталкивающихся ядер в околобарьерной области энергий, где исследование может быть проведено с наибольшей определенностью.

2. Квазистатическое приближение

Впервые вопрос о дисторсии атомных ядер, вызванной кулоновским взаимодействием, был рассмотрен Брайтом [1]. Затем он был исследован более корректно Гейликманом [2]. Влияние этого эффекта на упругое рассеяние сложных ядер исследовано Калининским и Омсанхал [3]. Ему посвящены также недавние работы Вонга и др. [4].

Работы [1, 2] основаны на квазистатическом приближении. Приближение заключается в том, что изменение со временем внешнего поля, индуцированного налетающим ядром, происходит настолько медленно, что система за время столкновения „успевает“ на каждом этапе следить за этим изменением. Условием, когда реализуется такая ситуация, является:

$$\tau_{\text{осц}}/\tau_{\text{столк}} \ll 1, \quad (1)$$

где $\tau_{\text{осц}}$ — период колебаний системы.

Квазистатическое приближение предполагает, таким образом, что сталкивающиеся ядра могут приобретать определенную деформацию, оставаясь при этом „холодными“, т.е. вероятность перехода на возбужденные уровни пренебрежимо мала.

Рассмотрим в упрощенном виде процесс столкновения ядер в этом приближении и выясним влияние дисторсионных явлений на примере важной характеристики для реакций с заряженными частицами — кулоновском барьере V_B .

Обычное определение величины кулоновского барьера:

$$V_B = Z_1 Z_2 e^2 / R_{\min} \quad (2)$$

$R_{\min}$ — наименьшее расстояние между центрами масс ядер, на котором влияние ядерных сил еще очень мало, т.е. взаимодействие ядер является практически чисто кулоновским.

Если учесть, что ядра не являются абсолютно жесткими, то следует допустить, что под влиянием кулоновских сил они могут изменить свою форму, т.е. деформироваться.

Принимая в качестве основной компоненты, дающей вклад в изменение формы, квадрупольную составляющую (подробную аргументацию по этому пункту см. в [2]), для энергии взаимодействия можно написать приближенное выражение:

$$V(R, \beta_1, \beta_2) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} + V_{Q_1}(\beta_1, R) + V_{Q_2}(\beta_2, R) + V_{Q_1 Q_2} + W_1(\beta_1) + W_2(\beta_2), \quad (3)$$

где $V_{Q_i}(\beta_i, R)$ — энергия квадрупольного взаимодействия одного ядра, находящегося в поле другого, $V_{Q_1 Q_2}$ — энергия их квадруполь-квадрупольного взаимодействия, $W_i(\beta_i)$ — энергия деформации каждого из ядер, а β_i — параметры, характеризующие величины этой деформации.

Далее, предполагая, что параметр деформации β значительно меньше единицы, можно упростить (3). В этом случае можно пренебречь членом $V_{Q_1 Q_2}$, а для V_{Q_i} и $W_i(\beta_i)$ принять следующие выражения:

$$V_{Q_i}(\beta_i, R) = \frac{3}{5} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R^3} R_{0i}^2 Y_{2,0}(\theta) \cdot \beta_i \quad (4)$$

(R_{0i} — средний радиус ядра „ i “, θ — угол между осью его симметрии и прямой, соединяющей центры масс обоих ядер),

$$W_i(\beta_i) = \frac{1}{2} C_i \beta_i^2 \quad (5)$$

(C_i — параметр жесткости ядра „ i “).

В случае столкновения двух сферических ядер аксиальная симметрия кулоновского поля относительно линии их центров, приводит к тому, что минимум энергии относительно угла θ будет осуществляться, если $\theta = 0$.

Без ущерба для понимания общего качества рассмотрим наиболее простой случай — взаимодействие двух одинаковых ядер (это избавит нас от необходимости следить за индексами „ i “). Тогда в качестве энергии взаимодействия будем иметь:

$$V(R, \beta) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} + 2 \frac{\gamma}{R^3} \beta + C \beta^2, \quad (6)$$

где:

$$\gamma = \frac{3}{5} Z_1 Z_2 e^2 R_0^2 Y_{2,0}(0).$$

При фиксированном значении R — расстоянии между обоими ядрами — отыщем значение параметра β . Для этого следует минимизировать выражение (6) относительно параметра β . Искомое значение $\beta = \beta_0$ равно:

$$\beta_0 = -\gamma / C R^3. \quad (7)$$

Из (7) прежде всего видно, что при $C \rightarrow \infty$ параметр $\beta_0 \rightarrow 0$. Это означает, что „жесткие“ ядра слабо деформируются. С другой стороны, β_0 тем больше, чем „мягче“ ядра и чем больше произведение их зарядов.

Если подставить значение β_0 (7) в (6), то для суммы двух последних членов получим отрицательную величину $-\gamma^2/CR^6$. Это обстоятельство было ошибочно истолковано Брайтом [1], как свидетельство уменьшения величины кулоновского барьера в результате дисторсии ядер.

В действительности, возникновение дисторсии приводит к возможности сблизить ядра на расстояние $R'_{\min} < R_{\min}$ ($\beta_0 < 0$, поэтому размеры ядер вдоль линии центров уменьшаются). В результате, первый член в формуле (6), который является главным, становится больше и это изменение заметно превышает вклад от двух последних членов [2]. Таким образом, в результате деформации обоих ядер высота кулоновского барьера увеличивается.

Принятые в нашем изложении упрощения не носят принципиального характера. Они вызваны лишь стремлением дать в наиболее простой форме основные физические результаты такого подхода к решению задачи. Опущенные в (3) члены нетрудно корректным образом учесть [2].

3. Учет квантовых эффектов

По существу решение задачи, приведенное в предыдущем разделе, является классическим. Условие квазистатичности процесса сближения двух ядер означает, что каждое из них, деформируясь, остается в нижайшем состоянии.

Однако, в реальных условиях, скорость столкновения ядер ($E \approx V_B$) не является бесконечно малой. Параметр адиабатичности $\xi = R_{\min}\omega/2v$ ($\hbar\omega$ — характерное расстояние между вибрационными состояниями ядра) в большинстве интересующих нас случаев приближенно равен $\xi \approx 0,4$, а не $\xi \gg 1$, как того требует условие квазистатичности. Таким образом, параметр деформации $\beta_0(t)$ атомных ядер, являясь функцией от времени, изменяет свою величину с заметной скоростью.

Следствием этого может явиться значительная величина вероятности возбуждения ядер. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Очевидно, что гамильтониан для β -вибрационной переменной каждого из ядер может быть записан в виде:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_\beta^2}{2B} + \frac{1}{2} C\beta^2 + \frac{\gamma}{R^3} \beta \quad (8)$$

где β — массовый параметр коллективной модели [5], так что $\omega = (C/B)^{1/2}$, а два последние члена представляют эффективную потенциальную энергию, являющуюся функцией от времени.

Используя тождественное преобразование, для гамильтониана (8) можем написать:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2B} + \frac{B\omega^2}{2} [\beta + \beta_0(t)]^2 - f(t). \quad (9)$$

В уравнении (9) $\beta_0(t)$ определяется соотношением (7), а

$$f(t) = \frac{B\omega}{2} \beta_0^2(t).$$

Гамильтониан:

$$\hat{H}_0 = \frac{p^2}{2B} + \frac{B\omega^2}{2} [\beta + \beta_0(t)]^2 \quad (10)$$

описывает поведение квантового гармонического осциллятора с движущейся точкой подвеса $\beta_0(t)$. Эта задача может быть решена различными способами (см., например, [6]).

Принимая, что в точке наибольшего сближения $t = 0$ и учитывая очевидный факт: $\beta_0(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow -\infty$ (ядра не взаимодействуют на очень больших расстояниях перед столкновением) в качестве решения уравнения:

$$H_0 \varphi(\beta, t) = E \varphi(\beta, t) \quad (11)$$

имеем:

$$\varphi(\beta, t) = \exp \left[\frac{i}{\hbar} p_1 (\beta - \beta_1) \right] \psi_0(\beta - \beta_1), \quad (12)$$

где ψ_0 — волновая функция основного состояния при $t \rightarrow -\infty$, а

$$\beta_1 = -\frac{\omega\gamma}{C} \int_{-\infty}^0 R^{-3}(t) \sin \omega t dt, \quad (13)$$

$$p_1 = \gamma \int_{-\infty}^0 R^{-3}(t) \cos \omega t dt. \quad (14)$$

Наличие в гамильтониане (9) члена $f(t)$, не зависящего от переменной β , приводит к тому, что решение будет отличаться от (12) лишь фазовым множителем, не влияющим на вероятности возбуждения. Изменится также точка отсчета энергии уровней. Этот сдвиг энергетической шкалы фактически учитывается уже на первой стадии расчета при вычислении $\beta_0(t)$ (см. 11).

Разлагая решение (12) по мгновенным волновым функциям квантового осциллятора в момент времени $t = 0$, имеющего точку подвеса $\beta_0 = \beta_0(0)$, получаем выражение для вероятности w_n возбуждения n -го β -вибрационного состояния:

$$w_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{\varepsilon}{\hbar\omega} \right)^n \exp(-\varepsilon/\hbar\omega), \quad (15)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2B} p_1^2 + \frac{1}{2} B\omega^2 [\beta_1 - \beta_0(0)]^2. \quad (16)$$

Для проведения расчетов необходимо знать величины β_1 и p_1 . Применяя метод параметризации кулоновской орбиты [7] p_1 можно представить в виде:

$$p_1 = \frac{2\gamma\mu^{1/2}}{R_{\min}^2(2E)^{1/2}} I_{2,0}(\pi, \xi), \quad (17)$$

где $I_{2,0}(\pi, \xi)$ — известный из теории кулоновского возбуждения классический орбитальный интеграл. Он табулирован в работе [7]. Поведение $I_{2,0}(\pi, \xi)$ в зависимости от ξ представлено на рис. 1. В формуле (17) μ обозначает приведенную массу сталкивающихся ядер.

Аналогично, для β_1 получаем:

$$\beta_1 = \frac{8\gamma\xi}{R_{\min}^2 \cdot c} J(\xi), \quad (18)$$

причем:

$$J(\xi) = \int_0^\infty \frac{\sin [\xi(\operatorname{sh} w + w)] dw}{(\operatorname{ch} w + 1)^2}. \quad (19)$$

Этот классический орбитальный интеграл в теории кулоновского возбуждения не возникает, так как обычно рассматривается амплитуда перехода, являющаяся результатом развития процесса в симметричных по времени пределах: $-\infty \leq t \leq \infty$.

Интеграл $J(\xi)$ был табулирован нами. Его зависимость от параметра адиабатичности ξ дана также на рис. 1.

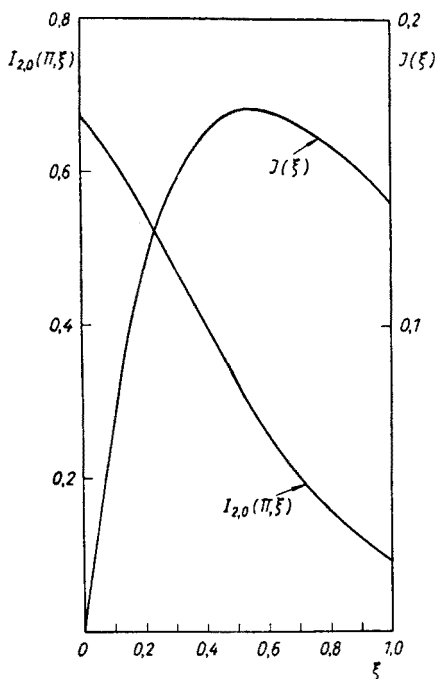


Рис. 1. Зависимость классических орбитальных интегралов $I_{2,0}(\pi, \xi)$ и $J(\xi)$ от параметра адиабатичности ξ

Возвратимся теперь к вопросу о величине барьера. Для его определения мы должны к $V(R'_{\min}, \beta_1, \beta_2)$ (см. 3) добавить квантовую поправку $\bar{E}$, являющуюся суммой средних значений энергии возбуждения сталкивающихся ядер:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2, \quad (20)$$

где

$$\bar{E}_i = \sum_{n=0}^{\infty} w_n^i \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_i - \frac{1}{2} \hbar \omega_i \quad (21)$$

(последний член учитывает наличие энергии нулевых колебаний невзаимодействующих ядер).

Итак, сталкивающиеся ядра, вообще говоря, не только деформируются, но и возбуждаются.

Что же касается кулоновского барьера, то его величина отличается от классического определения (2), из-за наличия поправок, учитывающих, как искажение формы, так и возбуждение внутренних степеней свободы (в нашем случае, β -вибрационных уровней).

Обозначим через $V_B^{(0)}$ — барьер, определяемый по формуле (2), $V_B^{(1)}$ — барьер, вычисленный с учетом поправки на деформацию ядер, и $V_B^{\text{эфф.}}$ — эффективное значение барьера с учетом как деформаций, так и квантовых эффектов (возбуждения вибрационных степеней свободы): $V_B^{\text{эфф.}} = V_B^{(1)} + \bar{E}$.

В таблице I приведены результаты расчетов и показана роль поправок на примере столкновения двух ядер свинца Pb^{208} . Параметрами задачи являются жесткость C и $\hbar\omega$ — энергетический интервал между β -вибрационными состояниями. Принятые значения для этих параметров указаны в таблице. Расчеты проведены для трех значений параметра C , чтобы выявить зависимость поправок от жесткости ядра. Выбрана сравнительно большая величина этого параметра с тем, чтобы отразить факт двойной магичности ядра ${}_{82}\text{Pb}_{126}^{208}$.

ТАБЛИЦА I

$C(\text{МэВ})$	$V_B^{(0)}(\text{МэВ})$	$V_B^{(1)}(\text{МэВ})$	$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2$	$V_B^{\text{эфф.}}(\text{МэВ})$
$\text{Pb}^{208} + \text{Pb}^{208} \left\{ \begin{array}{l} 400 \\ 800 \\ 1000 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 547,2 \\ 547,2 \\ 547,2 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 566,7 \\ 552,0 \\ 550,6 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 6,18 \\ 4,50 \\ 3,53 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 572,9 \\ 556,5 \\ 554,1 \end{array} \right.$
$\text{Ar}^{40} + \text{Er}^{166} \left\{ \begin{array}{l} \text{A} \\ \text{B} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 60 \\ 60 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 116,1 \\ 137,7 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 122,7 \\ 150,5 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,72 \\ 3,90 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 124,4 \\ 154,4 \end{array} \right.$

Из таблицы видно, что поправка $\bar{E}$ может оказаться сравнимой с поправкой, учитывающей деформацию.

В связи с результатами расчета необходимо сделать следующее замечание. Величина $\bar{E}$ сама по себе зависит от β_0 . Однако, в полном балансе энергии (3) в явном

виде мы ее не учитывали. Для обоснования этого приближения достаточно указать, что поскольку $\bar{E}/V_B^{(1)} \sim 0,01 \ll 1$, то очевидно, что вероятность возбуждения изменится при учете такой неопределенности энергии незначительно.

Расчеты проведены и для других комбинаций сталкивающихся ядер: $\text{Ni}^{58} + \text{Ni}^{58}$, $\text{Ne}^{20} + \text{Au}^{197}$. Получены качественно такие же результаты.

Особый интерес представляет случай рассеяния сферического ядра на деформированном ядре-мишени. Если принять адиабатическое приближение по вращательной степени свободы ядра-мишени (а это вполне оправдано, так как $\xi_{\text{rot}} \ll 1$), то метод расчета совершенно аналогичен изложенному выше. Здесь необходимо рассмотреть только два крайних случая:

1. Ось симметрии ядра-мишени направлена вдоль линии центров ядер (случай А). Очевидно, барьер для такой конфигурации будет минимален.
2. Ось симметрии ядра-мишени направлена перпендикулярно линии центров (случай В), барьер максимален.

Непосредственные расчеты были проведены для столкновения ядер $\text{Ar}^{40} + \text{Er}^{166}$. Были приняты следующие значения основных параметров: $C = 60$ Мэв (ядра редкоземельной группы „мягкие“, поэтому для C мы использовали его гидродинамическое значение), $\beta^0 = 0,3$ — параметр равновесной собственной деформации ядра Er^{166} , $\hbar\omega \approx 1$ Мэв. Значение барьера и величина поправок к нему в вариантах А и В даны в таблице. Мы видим, что поправка $\bar{E}$ составляет приблизительно 30% от поправки на динамическую деформацию.

4. Обсуждение

На первый взгляд поправки к кулоновскому барьеру, обусловленные динамической деформацией и возбуждением, малы, и кажутся несущественными.

Однако, такое заключение было бы поспешным. Можно указать реакции, для которых они могут играть заметную роль.

1. Рассмотрим, например, вопрос о сечении выхода некоторого продукта, возникающего в результате распада компаунд-ядра. Если идет речь о тяжелых ядрах, для которых канал деления важен, по крайней мере, при достаточно больших возбуждениях, то в грубейшем приближении для сечения образования продукта можно написать:

$$\sigma \approx \sigma_c \cdot \left(\frac{\Gamma_n}{\Gamma_f} \right)^N,$$

где σ_c — сечение образования компаунд-ядра, Γ_n , Γ_f — нейтронная и делительная ширина в возбужденном состоянии, а N — число испущенных нейтронов, достаточное для „охлаждения“ ядра. В результате испускания нейтрона тяжелое ядро „остывает“ на 8—10 Мэв. Отношение ширин обычно оценивается по порядку величины $(\Gamma_n/\Gamma_f) \approx 0,1$.

Следовательно, при увеличении минимальной энергии возбуждения ядра на 8—10 Мэв (например, вследствие увеличения высоты барьера на эту величину) сечения образования „остывшего“ ядра уменьшается, грубо говоря, на порядок.

Таблица указывает, что поправки к величине барьера с этой точки зрения достаточно велики.

2. Обратимся теперь к рис. 2 и 3. Как мы уже отмечали в момент $t = 0$ сближившиеся ядра оказываются, вообще говоря, возбужденными. В некоторых случаях

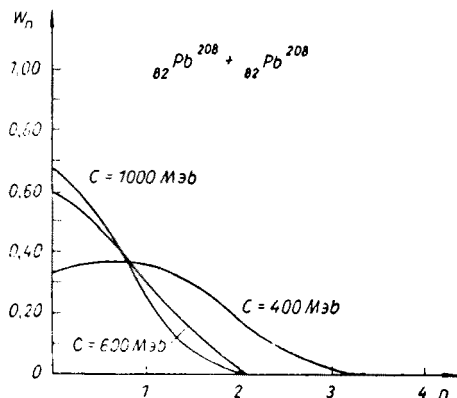


Рис. 2. Вероятность возбуждения n^{20} β -вибрационного уровня ядра Pb^{208} при столкновении $\text{Pb}^{208} + \text{Pb}^{208}$ ($E \approx V_B$) в зависимости от значения параметра жесткости C

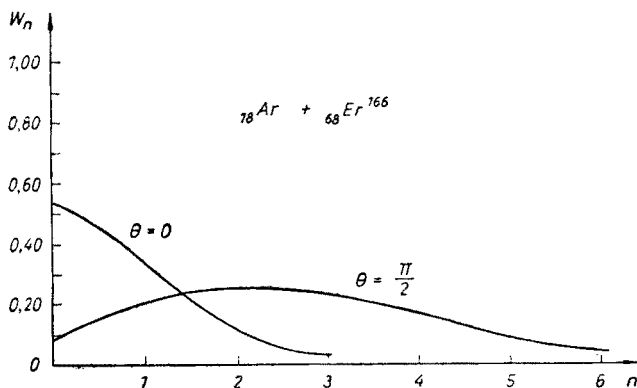


Рис. 3. Вероятность возбуждения n^{20} β -вибрационного уровня ядра Er^{166} при столкновении $\text{Ar}^{40} + \text{Er}^{166}$ ($E \approx V_B$) при $C = 60$ МэВ. $\theta = 0$ — вариант А; $\theta = \pi/2$ — вариант В

„разброс“ по возбужденным состояниям может быть значительным (рис. 3). Это обстоятельство имеет большое значение для описания и анализа реакций, протекающих при непосредственном контакте ядер. Прежде всего к ним относится широкий класс процессов, называемых реакциями передачи.

Учет возбуждения ядра, предвещающего акт передачи, может сильно сказаться на сечении процесса и на характере распределения продуктов реакции по энергии.

Учет этого эффекта важен особенно в тех случаях, когда в результате реакции передачи образуются тяжелые изотопы легких элементов, сильно перегруженные

нейтронами [8]. Эти изотопы находятся на грани стабильности и должны обладать малой жесткостью. Явление динамической дисторсии и возбуждения подобных ядер может сильно затруднить их получение в реакциях передачи, так как будет приводить к процессу дезинтеграции.

Эти важные и интересные вопросы заслуживают дальнейшего исследования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] G. Breit *et al.*, *Phys. Rev.*, **87**, 74 (1952).
- [2] Б. Т. Гейликман, *Атомная энергия*, **6**, 290 (1959); Б. Т. Гейликман, *Доклады советской делегации на Международной конференции по мирному использованию атомной энергии*, АН СССР, Москва 1955.
- [3] Б. Н. Калинин, ОМ Сан Ха, *Препринт ОИЯИ*, Р-761 (1961).
- [4] Beringer, *Phys. Rev. Letters*, **18**, 1006 (1967); C. Y. Wong, *Phys. Letters*, **26B**, 120 (1968); C. Y. Wong, *Nuclear Data*, **A4**, 271 (1968).
- [5] А. С. Давыдов, *Возбужденные состояния атомных ядер*, Атомиздат 1967.
- [6] В. И. Коган, В. М. Галицкий, *Сборник задач по квантовой механике*, ГИТТЛ, Москва 1956.
- [7] K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson, A. Winther, *Rev. Mod. Phys.*, **28**, 432 (1956); *Деформация атомных ядер*, ИИЛ, Москва 1958.
- [8] A. G. Artukh, V. V. Avdeichikov, G. F. Gridnev, V. L. Mikheev, V. V. Volkov, J. Wilczyński, *Phys. Letters*, **31B**, 129 (1970).