

О РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ ПОЛНЫХ α -ШИРИН НЕЙТРОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

On the Distributions of Total α -Widths of Neutron Resonances

Ю. П. Попов, Р. Ф. Руми

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

М. Пшитула, М. Стэмпиньски

Институт физики Лодзинского университета, Лодзь*

(Поступила в редакцию 21 сентября 1972)

Using the Monte-Carlo method, it is shown, that the distributions of total α -widths may be reasonably described by the χ^2 distribution. The number of degrees of freedom for this distribution is given in terms of the transmission coefficients of potential barrier for α -decay channels. The possibility of spin assignment for some neutron resonances from the total α -width distribution is pointed out.

1. Введение

В работе [1] обсуждаются статистические распределения нейтронных, радиационных и делительных ширин нейтронных резонансов и рассматриваются теоретические предположения, позволяющие объяснить экспериментально полученные результаты. Подробный обзор этих вопросов и посвященных им работ дается в книге Лина [2]. Целесообразность исследований распределения ширин и значение их характера для теории и расчётов средних сечений несомненны.

С появлением результатов измерений полных и парциальных α -ширин ряда ядер [3, 4] возникла возможность обсудить их в связи с существующими теоретическими представлениями. Первые сравнения экспериментальных и теоретических данных делались нами и ранее [4, 5]. В случае парциальных α -ширин сам процесс такого сопоставления не сложен. В настоящей работе основное внимание уделено установлению характера распределения полных α -ширин и обоснованию некоторого упрощённого подхода к их описанию на базе статистической теории.

* Адрес: Instytut Fizyki, Uniwersytet Łódzki, Narutowicza 90-136 Łódź, 68, Poland.

2. Парциальные α -ширины

Парциальная α -ширина, соответствующая распаду резонанса λ в выходный канал c , обычно записывается в виде произведения

$$\Gamma_{\lambda c} = 2\gamma_{\lambda c}^2 P_c \quad (1)$$

где c обозначает квантовые характеристики выходного канала (энергию и орбитальный момент вылетающей α -частицы: $c \equiv i, l$), а P_c — фактор проницаемости потенциального барьера для α -частицы, практически не зависящий от энергии нейтронного резонанса.

Из-за сложности состояний составного ядра авторы работы [1] считали разумным предположить, что амплитуды приведённых ширин $\gamma_{\lambda c}$ имеют приблизительно нормальное распределение с средним значением равным нулю. Из этого предположения вытекает для парциальных ширин $y = \Gamma_{\lambda c}$ распределение типа хи-квадрат

$$p(y) = \frac{\left(\frac{\nu}{2}\right)^{\frac{\nu}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \langle y \rangle^{\frac{\nu}{2}}} y^{\frac{\nu}{2}-1} \exp\left(-\frac{\nu}{2} \frac{y}{\langle y \rangle}\right) \quad (2)$$

с числом степеней свободы $\nu = 1$, известное под названием распределения Портера-Томаса. Справедливость этого следствия для случая приведённых нейтронных ширин хорошо подтверждается экспериментальными данными [2].

В последнее время получены результаты исследования резонансных реакций (n, α) на ядрах ^{147}Sm и ^{143}Nd [3, 4], которые позволяют уже сделать некоторые выводы относительно распределения парциальных α -ширин.

В [4] измерены парциальные α -ширины перехода в основное состояние в распаде резонансов ^{147}Sm со спином $J^\pi = 3^-$. Эти парциальные α -ширины соответствуют одному выходному каналу с максимальной энергией α -частиц и орбитальным моментом $l = 3$. Отмечено для них хорошее согласие с распределением типа хи-квадрат с $\nu = 1$ (рис. 1).

В работе [3] приводятся полные α -ширины резонансов ^{143}Nd . Пять из этих резонансов имеют значение спина $J^\pi = 3^-$ [6], разрешающее α -переход в основное состояние конечного ядра. В рассматриваемом случае α -ширина перехода в первое возбуждённое состояние в среднем примерно на два порядка меньше α -ширины перехода в основное состояние из-за уменьшения фактора проницаемости [7]. Таким образом полные α -ширины упомянутых резонансов с $J^\pi = 3^-$ можно считать практически равными парциальным α -ширинам перехода в основное состояние (с $l = 3$). Разброс этих ширин можно характеризовать числом степеней свободы ν , предполагая, что они распределены согласно (2). Так как дисперсия для распределения хи-квадрат равна

$$D(y) = \frac{2\langle y \rangle^2}{\nu} \quad (3)$$

то

$$v = \frac{2\langle y \rangle^2}{D(y)} = \frac{2\langle \Gamma_{\lambda c} \rangle^2}{\langle \Gamma_{\lambda c}^2 \rangle - \langle \Gamma_{\lambda c} \rangle^2}. \quad (4)$$

Для парциальных α -ширин резонансов ^{143}Nd по формуле (4) получается: $v_{\text{эксп}} = 1,3 \pm 0,4$, где ошибка значения v определена по упрощенной формуле из [8] (рис. 1).

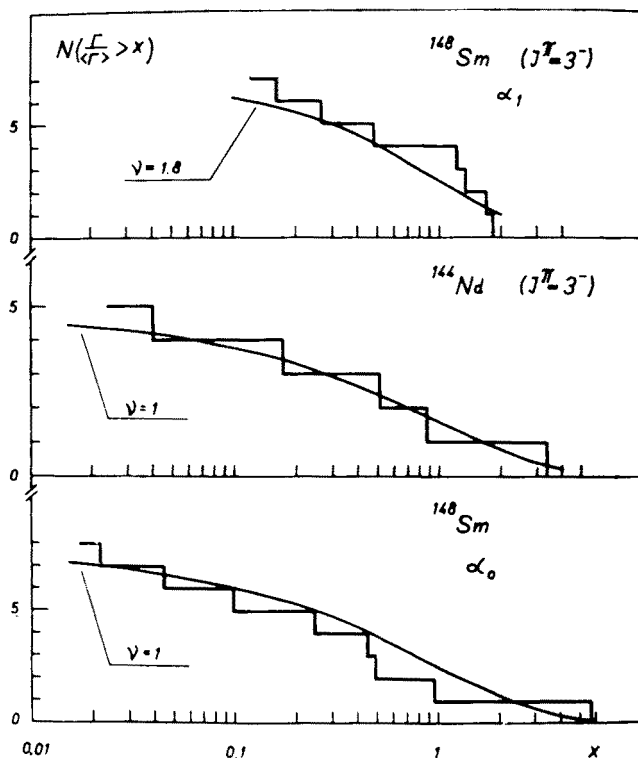


Рис. 1. Интегральные распределения парциальных α -ширин перехода в основное и первое возбуждённое состояние в распаде составных ядер самария и неодима. Сплошными линиями представлены распределения хи-квадрат с указанными числами степеней свободы

Хотя существующих экспериментальных данных ещё мало для надёжного установления характера распределения парциальных α -ширин и точного определения значения v , то всё-таки наблюдаемый сильный разброс их значений свидетельствует в пользу предположения Портера и Томаса [1].

3. Полные α -ширины

Полная α -ширина является суммой парциальных α -ширин выходных каналов, разрешенных законами сохранения:

$$\Gamma_{\lambda} = \sum_c \Gamma_{\lambda c} = 2 \sum_c \gamma_{\lambda c}^2 P_c. \quad (5)$$

Распределение полных α -ширин зависит не только от характера распределения парциальных α -ширин, но и от отношений их средних значений, а также от наличия корреляции в отдельных выходных каналах.

Основываясь на полученных выше выводах, будем предполагать, что парциальные α -ширины подчиняются распределению хи-квадрат с $\nu = 1$.

Средние значения парциальных α -ширин канала c определяются средними значениями приведённых α -ширин $\langle \gamma_{\lambda c}^2 \rangle$ и коэффициентами проницаемости P_c :

$$\langle \Gamma_{\lambda c} \rangle = 2 \langle \gamma_{\lambda c}^2 \rangle P_c. \quad (6)$$

Анализ проведенных нами в последнее время измерений парциальных α -ширин резонансов ^{147}Sm [4] показывает, что средние приведённые α -ширины переходов на отдельные состояния i конечного ядра близки друг другу, и в рамках указанных ошибок можно считать их равными (см. таблицу I). Для дальнейших рассуждений будем предполагать, что они одинаковы во всех каналах c .

ТАБЛИЦА I

Приведённые α -ширины распада резонансных состояний ^{148}Sm , усреднённые по резонансам и орбитальным моментам вылетающих α -частиц

i	J^π	Число резонансов для усреднения	$\langle \gamma_{\lambda c}^2 \rangle$ (эв)	Возможные l
0	3-	9	$0,44 \pm 0,13^*$	3
1	3-	8	$0,3 \pm 0,1$	1,3,5
1	(4-)	5	$0,5 \pm 0,2$	3,5
2	(4-)	5	$0,3 \pm 0,2$	1,3,5,7

* Если из усреднения изъять резонанс с $E_0 = 183,7$ эв, то $\langle \gamma_{\lambda c}^2 \rangle_{i=0} = (0,17 \pm 0,06)$ эв.

Результаты работы [4] дают основание принять и третье предположение статистической модели о независимости флуктуации приведённых α -ширин в отдельных каналах c при переходе от резонанса к резонансу. Хотя в [1] это предположение считается вопросом открытым и, возможно, несправедливым для переходов на низколежащие уровни (которые могут быть недостаточно сложными), то наши результаты не обнаруживают корреляции, а, наоборот, указывают на независимость, проявляющуюся в компенсации флуктуации суммарных α -ширин по сравнению с флуктуациями парциальных. Например, распределение α -ширин резонансных состояний ^{148}Sm для распада в первое возбуждённое состояние конечного ядра является заметно уже, чем распределение, соответствующее распаду в основное состояние (верхняя часть рис. 1). Поскольку для распада в первое возбуждённое состояние открыты три выходных канала с орбитальными моментами $l = 1, 3$ и 5 , то наблюдаемое уменьшение разброса α -ширин, являющихся суммой вкладов от различных l , можно считать результатом независимых флуктуации в отдельных каналах.

Обсудим характер распределения полных α -ширин, принимая за основание три указанных предположения статистической модели. Используя их и общеизвестные формулы теории вероятностей, получаем:

$$\langle \Gamma_\lambda \rangle = \sum_c \langle \Gamma_{\lambda c} \rangle = 2 \sum_c \langle \gamma_{\lambda c}^2 \rangle P_c = 2 \langle \gamma_{\lambda c}^2 \rangle \sum_c P_c \quad (7)$$

и

$$D(\Gamma_\lambda) = \sum_c D(\Gamma_{\lambda c}) = 2 \sum_c \langle \Gamma_{\lambda c} \rangle^2 = 8 \langle \gamma_{\lambda c}^2 \rangle^2 \sum_c P_c^2. \quad (8)$$

Распределение полных α -ширин, при выполнении условия независимости флуктуации парциальных ширин, является результатом свёртки распределений последних. Но, так как средние значения парциальных α -ширин в отдельных каналах различны (из-за различных P_c), то в общем случае не удастся провести свёртку, кроме частных и не интересующих нас случаев, о которых сообщено в [1]. В [9] предлагается способ проведения расчёта распределения полных ширин, который пригоден и для α -ширин. Однако он довольно сложный и громоздкий.

Нами были выполнены по методу Монте-Карло розыгрыши полных α -ширин в предположении, что $\gamma_{\lambda c}$ являются случайными числами, нормально распределёнными около нуля. Средние значения парциальных α -ширин задавались определённым набором чисел P_c . Розыгрывалось по 500 или 1000 значений $\Gamma = 2 \sum \gamma_{\lambda c}^2 P_c$. Полученные дифференциальные распределения Γ оказались довольно похожими на распределения хи-квадрат с $\nu > 1$ (рис. 2). Идея приближённого описания распределения полных ширин распределением типа хи-квадрат не новая, так как о ней упоминается в [2] при обсуждении делительных ширин. Если предположить, что распределение хи-квадрат приемлемо для описания распределения полных α -ширин, то из (3), (7) и (8) получаем сразу значение числа степеней свободы этого распределения:

$$\nu = \frac{(\sum_c P_c)^2}{\sum_c P_c^2}. \quad (9)$$

Число степеней свободы (9) вместе с средней α -шириной определяют форму расчётной кривой для приближенного описания распределения полных α -ширин. Расчётные кривые нанесены сплошной линией на рис. 2. Предлагаемая аппроксимация кажется вполне приемлемой. При небольшом наборе ширин, порядка нескольких десятков, отклонения распределений разыгранных ширин от расчётной кривой становятся несущественными по сравнению со статистическими отклонениями. В таких случаях целесообразно пользоваться интегральными распределениями, так как дифференциальные становятся тогда практически лишёнными смысла.

На рис. 3 показаны три интегральных распределения полных ширин (по 100 в каждом случае), полученных методом Монте-Карло, и соответствующие расчётные кривые (сплошная линия). Пунктирными линиями показаны, для сравнения, интегральные кривые хи-квадрат с соседними целочисленными значениями ν .

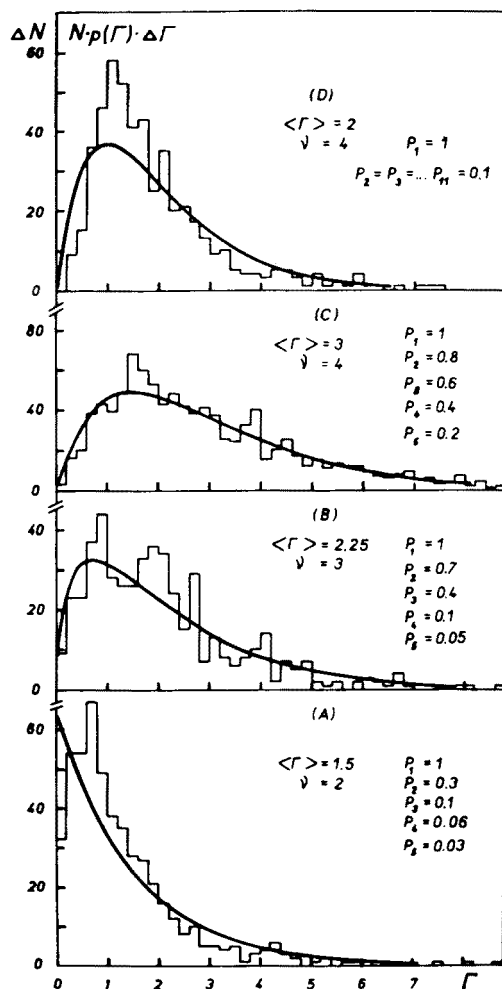


Рис. 2. Дифференциальные распределения полных ширин, разыгранных методом Монте-Карло (гистограммы), и рассчитанные для аппроксимации распределения типа хи-квадрат (линии)

Основным преимуществом предлагаемой аппроксимации является простота расчёта и несложный способ приближённой, но, с точки зрения малой статистики эксперимента, достаточно точной проверки предсказаний статистической теории для флуктуации полных α -ширин.

Вышепредложенный метод был использован нами для анализа измеренных полных α -ширин в работах [4] и [5]. Там проведено сравнение расчётных и экспериментальных распределений полных α -ширин резонансов ^{147}Sm и ^{149}Sm . На рис. 4а приводится такое сравнение для резонансов ^{143}Nd . Значения полных α -ширин резонансов ^{143}Nd взяты из [3].

В упомянутых случаях предполагалось, что все резонансы s -волновые, и следовательно, для ядра-мишени со спином $I \neq 0$, спин резонанса может принимать

одно из двух значений: $J_1 = I - \frac{1}{2}$ либо $J_2 = I + \frac{1}{2}$; при этом чётность резонанса такая же, как у ядра-мишени. Из-за правил отбора для α -распада у каждого спинового состояния открыты свои выходные каналы (определённый набор P_c) с соответствующими значениями ν_J и $\langle \Gamma_\lambda \rangle_J$.

Для вычисления ν_J по формуле (9) использовались значения факторов проницаемости потенциального барьера из [7]. Вычисление средних полных ширин по формуле

$$\langle \Gamma_\lambda \rangle_J = \frac{D_J}{2\pi} \left(\sum_c P_c \right)_J \quad (10)$$

приводит, как правило, к завышенным значениям по сравнению с экспериментальными. И потому, для привязки расчётной кривой к экспериментальным распределениям, была использована процедура нормировки на экспериментальное значение

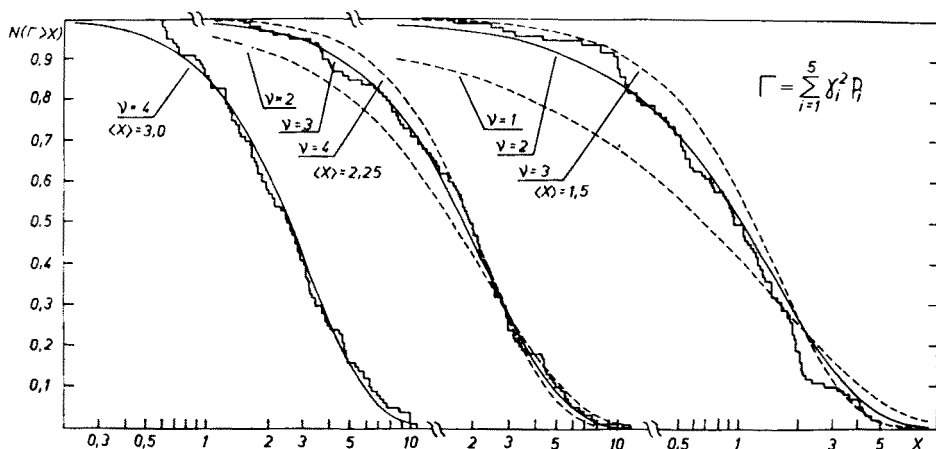


Рис. 3. Интегральные распределения полных ширин, полученных методом Монте-Карло (гистограммы), и аппроксимирующие распределения хи-квадрат (сплошные линии). Пунктиром нанесены (для сравнения) распределения хи-квадрат с соседними целочисленными значениями ν

средней. Так как во многих случаях спины резонансов неизвестны, то из эксперимента можно получить лишь значение α -ширины, усреднённое по обоим возможным спиновым состояниям:

$$\langle \Gamma_\lambda \rangle_\alpha = \frac{\sum_{\lambda=1}^n \Gamma_{\lambda\alpha}}{n} = \frac{\varrho_1}{\varrho} \langle \Gamma_\lambda \rangle_1 + \frac{\varrho_2}{\varrho} \langle \Gamma_\lambda \rangle_2 \quad (11)$$

где ϱ_r — плотность резонансных уровней со спином J_r , данная формулой

$$\varrho_r = \varrho_0(u) (2J_r + 1) \exp \left[- \frac{(J_r + \frac{1}{2})^2}{2\sigma^2} \right] \quad (12)$$

а $\varrho = \varrho_1 + \varrho_2$. Величины $\Gamma_{\lambda\alpha}$ обозначают измеренные полные α -ширины, а n — число резонансов.

Для выделения средних полных α -ширин каждого спинового состояния к уравнению (11) добавлено ещё следующее из (10):

$$\frac{\langle \Gamma_\lambda \rangle_1}{\langle \Gamma_\lambda \rangle_2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1} \frac{(\sum_c P_c)_1}{(\sum_c P_c)_2}. \quad (13)$$

Требуемое для проведения вычислений отношение ϱ_2/ϱ_1 зависит от спина ядра-мишени I и параметра σ :

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{I+1}{I} \exp\left(-\frac{2I+1}{2\sigma^2}\right) \quad (14)$$

в котором

$$\sigma^2 = \frac{6}{\pi^2} k A^{\frac{2}{3}} \sqrt{aU} \quad (15)$$

где:

a — параметр плотности одночастичных состояний (см., например, [10]),

U — эффективная энергия возбуждения (для чётно-чётных составных ядер:

$$U = B_n - A_p - A_n)$$

и $k = 0,146$ (по последним данным для k считается лучшим значение 0,24 [11]).

Из вычисленных параметров v_J и $\langle \Gamma_\lambda \rangle_J$ получаются по формуле (2) распределения полных α -ширин для каждого спинового состояния: $p_1(\Gamma_\lambda)$ и $p_2(\Gamma_\lambda)$. Для сравнения с экспериментальными данными проводится нормировка на ожидаемое число резонансов с соответствующим спином J_r :

$$n_r = n \frac{\varrho_r}{\varrho}.$$

В случае малой статистики, как уже указывалось, удобнее воспользоваться интегральным распределением, просуммированным по всем спиновым состояниям:

$$nP(\Gamma_\alpha > \Gamma) = n_1 \int_{\Gamma}^{\infty} p_1(\Gamma_\lambda) d\Gamma_\lambda + n_2 \int_{\Gamma}^{\infty} p_2(\Gamma_\lambda) d\Gamma_\lambda. \quad (16)$$

На рис. 4а линии 1 и 2 дают ожидаемые распределения α -ширин резонансов со спинами J_1 и J_2 соответственно, а линия 3 — суммарное интегральное распределение (16).

Результаты приведены в [4], [5] и на рис. 4а показывают, что расчётные кривые довольно хорошо воспроизводят общие черты флуктуации экспериментальных полных α -ширин. Это свидетельствует в пользу принятых нами, но ещё не полностью установленных для реакции (n, α) , предположений статистической модели и даёт возможность использовать простой метод расчёта для оценки относительных

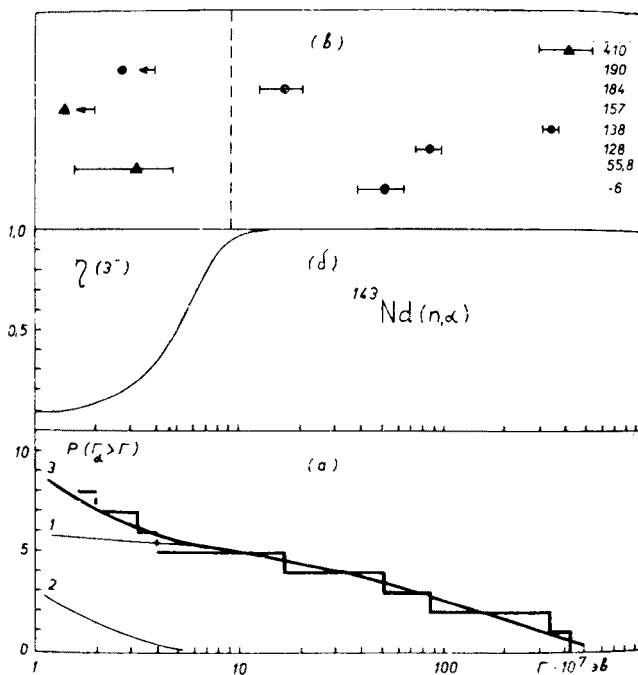


Рис. 4. а — интегральное распределение полных α -ширин резонансов ^{143}Nd : 1 — рассчитанное распределение для резонансов со спином 3^- , 2 — со спином 4^- , 3 — суммарное распределение; б — вероятность приписать резонансу с α -шириной Γ значение спина 3; в — значения α -ширин с указанными ошибками и энергиями резонансов в эв из [3]

флуктуаций полных α -ширин. Уточнение надёжности применения описанной методики требует дальнейшей проверки на более обширном наборе экспериментальных данных.

4. Возможность определения спинов резонансов из распределения полных α -ширин

Из (13) следует, что — если суммы коэффициентов проницаемости, в каналах открытых для α -распада резонансных состояний с различными спинами, значительно отличаются — то соответствующие средние α -ширины будут тоже значительно отличаться, так как отношение плотностей уровней порядка единицы. Например: средние в случае резонансов ^{147}Sm отличаются на порядок, а в случае ^{143}Nd — даже на два. Для такого типа ядер (спин ядра-мишени $7/2^-$) реализуются резонансные состояния со спинами 3^- и 4^- . Резонансы со спином 4^- не имеют α -переходов в основное состояние конечного чётно-чётного ядра (0^+), лишь в первое возбуждённое 2^+ . В то время резонансы 3^- распадаются в оба состояния. Это приводит к резкой зависимости отношения средних α -ширин от энергии первого возбуждённого уровня 2^+ , как показано на рис. 5 для случая, когда α -переходы на более высокие уровни пренебрежимы.

Спиновая зависимость средних значений полных α -ширин указывает на возможность определения спина некоторых резонансов по значениям их полных α -ширин.

Вероятность найти среди полных α -ширин принадлежащую резонансу со спином J_1 равна:

$$\eta(J_1) = \frac{n_1 p_1(\Gamma_\lambda)}{n_1 p_1(\Gamma_\lambda) + n_2 p_2(\Gamma_\lambda)} = \frac{\frac{\varrho_1 p_1(\Gamma_\lambda)}{\varrho_2 p_2(\Gamma_\lambda)}}{1 + \frac{\varrho_1 p_1(\Gamma_\lambda)}{\varrho_2 p_2(\Gamma_\lambda)}}. \quad (17)$$

Кривая (17) для ядра-мишени ^{143}Nd показана на рис. 46. Соответствующие кривые для ^{147}Sm и ^{149}Sm приведены в [4] и [5]. В область значений ширин, где

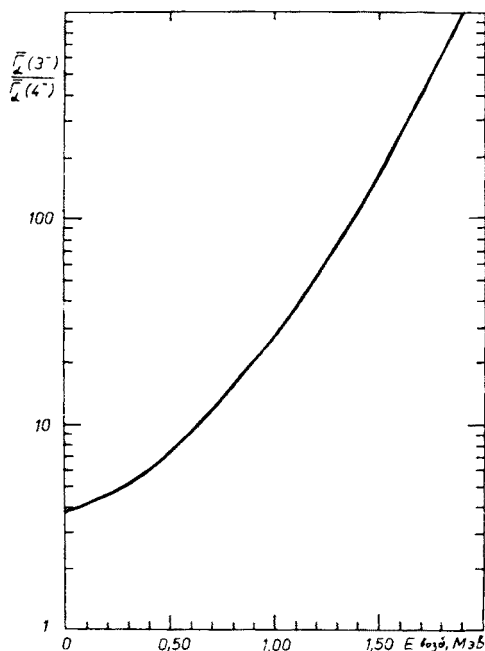


Рис. 5. Рассчитанная по формуле (13) зависимость отношения средних α -ширин резонансов со спинами 3^- и 4^- от энергии первого возбуждённого уровня конечного ядра. Расчёт проведен для идеализированного ядра-мишени неодима — 143 в предположении существования α -переходов лишь в основное состояние 0^+ и первое возбуждённое 2^+

$\eta(J_1) \geq 0,99$ практически попадают α -ширины, принадлежащие резонансам со спином J_1 , а в область, где $\eta(J_1) \leq 0,01$ — со спином J_2 . Особенно чётко выделяются α -ширины резонансов со спином $J_1 = 3$ для ^{143}Nd (рис. 4), у которого отношение средних ширин самое большое.

При определении спина этим методом следует, однако, проявлять некоторую осторожность, так как он имеет вероятностный характер. Кроме того, он основан на приближённом описании распределения полных α -ширин, а самым чувстви-

тельным местом метода является граница области $\eta(J_1) \geq 0,99$ (или $\eta(J_1) \leq 0,01$), которая определяется экспериментальным значением $\langle \Gamma_\lambda \rangle_0$. Последнее обстоятельство может привести к опасной ошибке, в случае малого количества использованных для усреднения α -ширин, из-за случайной ошибки. Естественно, что точность измерения самых α -ширин тоже имеет существенное значение для определения спина, особенно вблизи упомянутой границы.

В заключение авторы приносят благодарность И. Вильгельму за помощь в проведении расчётов на ЭВМ и А. А. Лукьянову за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] C. E. Porter, R. C. Thomas, *Phys. Rev.*, **104**, 483 (1956).
- [2] J. E. Lynn, *The Theory of Neutron Resonance Reactions*, Clarendon Press, Oxford 1968.
- [3] I. Kvitek, Yu. P. Попов, *Nuclear Phys.*, **A154**, 177 (1970).
- [4] И. Вильгельм, Ю. П. Попов, М. Пшитула, Р. Ф. Руми, М. Стэмпиньски, *Иза. АН СССР, сер. физ.*, **35**, 1542 (1971); Yu. P. Попов, M. Przytuła, R. F. Rumi, M. Stempinski, M. Frontasyeva, *Nuclear Phys.*, **A188**, 212 (1972).
- [5] Ю. П. Попов, М. Пшитула, Р. Ф. Руми, М. Стэмпиньски, М. Флорек, В. И. Фурман, *Nuclear Data for Reactors*, vol. I, IAEA, Vienna 1970, p. 669.
- [6] M. D. Goldberg, *et al.*, BNL-325, Second edition, Suppl. 2, vol. II B and C, 1966.
- [7] А. Ф. Дадакина, *Бюллетень информационного центра по ядерным данным*, **3**, Атомиздат, Москва 1967.
- [8] L. Wilets, *Phys. Rev. Letters*, **9**, 430 (1962).
- [9] M. O. Shaker, A. A. Lukyanov, *Phys. Letters*, **19**, 197 (1965); M. O. Shaker, A. A. Lukyanov, *UARAEE—Rep/20*, Cairo 1966.
- [10] А. В. Малышев, *Плотность уровней и структура атомных ядер*, Атомиздат, Москва 1969.
- [11] U. Facchini, E. Saetta-Menichella, *Energia Nucleare*, **15**, 54 (1968).