Vol. B5 (1974) ACTA PHYSICA POLONICA No 3

КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПОЛЯ И ГРУППА ЛОРЕНЦА*

The Gauge Fields and the Lorentz Group

А. В. Минкевич, В. И. Кудин

Белорусский государственный университет имени В. И. Ленина, Минск**

(*Поступила в редакцию 15 июня 1973 г.*)

The role of the Lorentz group in the gauge field theory in the framework of the tetrad theory of gravitation is considered. It is shown that in the tetrad theory covariant with respect to arbitrary tetrad transformations no gauge field is connected with the Lorentz group. A gauge field of the third rank produced by the corresponding Noether invariant (the tetrad spin angular-momentum) is introduced by applying the gauge field theory to the group of tetrad Lorentz transformations with constant parameters. It is shown that in the limit of the special relativistic field theory the tetrad spin angular-momentum coincides with the spin angular-momentum of the fermion fields.

1. Введение

Как известно, принцип локальной калибровочной инвариантности устанавливает глубокую связь, существующую между определенными типами взаимодействий и соответствующими группами преобразований, относительно которых теория ковариантна. На основе требования локальной инвариантности относительно различных калибровочных групп могут быть введены электромагнитное поле, поле Янга-Миллса и другие векторные калибровочные поля [1, 2]. Общий формализм теории калибровочных полей для бескоординатных групп преобразований был развит в работе Утиямы [3]. В этой работе Утияма также предложил способ введения гравитационного поля, исходя из рассмотрения группы тетрадных лоренцевых преобразований. Вопросу введения гравитационного поля на основе принципа локальной калибровочной инвариантности были посвящены работы целого ряда авторов (см., напр., [4]), в которых гравитационное поле связывалось либо

* Расширенное изложение доклада на 3-ей Советской гравитационной конференции, Ереван, октябрь 1972 г. [11].

** Address: Department of Atomic and Molecular Physics, V. I. Lenin Byelorussian State University, Minsk, USSR.

с группой Лоренца, либо с группой Пуанкаре. Всем этим работам присущи некоторые принципиальные недостатки, которые были отмечены в [5]. Во-первых, в этих работах не выполняется определенное соответствие между законами сохранения и калибровочными полями, составляющее физическую сущность принципа локальной калибровочной инвариантности. На самом деле, требование локальной инвариантности относительно некоторой группы преобразований приводит к введению калибровочного поля, порождаемого инвариантом Нетер локализуемой группы. В связи с этим гравитационное поле, которое обычно связывают с тензором энергии-импульса, следует вводить на основе рассмотрения локализованной 4-параметрической группы трансляций (группы общекоординатных преобразований). Во-вторых, при рассмотрении группы координатных преобразований сама процедура локализации приобретает некоторые отличительные особенности. Учет указанных положений при некоторых естественных допущениях приводит к эйнштейновской теории гравитации [5, 6]. Подобное рассмотрение предлагается также в работе Утиямы и Фукуямы [7].

В связи с вышеизложенным возникает следующий вопрос: какую роль в теории калибровочных полей играет группа Лоренца? При учете гравитационных взаимодействий группа Лоренца фигурирует в теории как группа тетрадных преобразований. Как известно, эйнштейновская теория гравитации при переходе в ней от метрики к тетрадам ковариантна относительно группы произвольных тетрадных лоренцевых преобразований. Именно это обстоятельство и послужило причиной появления тех работ, в которых делались попытки введения гравитационного поля на основе применения принципа локальной калибровочной инвариантности к группе Лоренца. Однако, как видно из вышеизложенного, именно группа общекоординатных преобразований (а не группа тетрадных лоренцевых преобразований) есть та группа, которая приводит к гравитационным взаимодействиям в рамках принципа локальной калибровочной инвариантности. В то время, как с группой общекоординатных преобразований связано введение тензора энергии-импульса, являющегося источником гравитационного поля, инвариант Нетер, соответствующий группе тетрадных лоренцевых преобразований, в эйнштейновской теории тяготения тождественно равен нулю (см. ниже).

Наряду с эйнштейновской теорией в тетрадной теории тяготения имеется и другой подход [8, 9, 10]. Этот подход удовлетворяет требованию ковариантности относительно общекоординатных преобразований (выражающему, как отмечалось выше, принцип локальной калибровочной инвариантности в случае гравитационных взаимодействий), однако в отличие от ортодоксальной теории гравитации данный подход ковариантен относительно тетрадных лоренцевых преобразований лишь с постоянными, но не с произвольными параметрами. Как показано в работах Мёллера [8], в рамках такого подхода можно удовлетворить требованию локализуемости энергии гравитационного поля. Последовательное, на основе вариационного принципа, построение такой теории было осуществлено в работе Пеллегрини и Плебаньского [9], где был также предложен простой способ описания фермионных полей. Как указывалось в [6, 11], локальная инвариантность относительно группы лоренцевых преобразований в рамках данного подхода тетрадной теории гравитации может быть достигнута на основе теории калибровочных полей с помощью введения динамического поля третьего ранга. Заметим, что таким путем в [12] была придана локально-инвариантная форма комплексу энергии-импульса Мёллера.

В настоящей работе дается общее рассмотрение вопроса о введении нового динамического поля на основе применения теории калибровочных полей к группе Лоренца: исследован вопрос об источниках нового поля, а также получены уравнения этого поля в случае системы фермионных и бозонных полей, взаимодействующих между собой и с полем тяготения. Данное рассмотрение связано с выяснением вопроса о происхождении спина фермионных полей, в связи с чем производится сравнение различных существующих подходов к описанию фермионных полей в тетрадной теории поля [9, 13].

2. *Группа Лоренца и тетрадный спиновый момент*

Рассмотрим систему взаимодействующих фермионных полей, описываемых дираковскими биспинорами ψ и $\bar{\psi}$, а также бозонных полей Q_A в римановом пространстве с тетрадной структурой, определяемой тетрадными коэффициентами h_i^μ [1]. Существенно, что обычно используемые лагранжианы бозонных полей при отсутствии в них производных $\delta_\lambda h_i^\mu$ всегда могут быть заданы как функции „мировых" компонент полей, инвариантных относительно тетрадных лоренцевых преобразований. Рассмотрим группу тетрадных лоренцевых преобразований:

$$\delta h_i{}^\mu = \varepsilon_i{}^k h_k{}^\mu, \qquad \delta\psi = \tfrac{1}{2}\,\varepsilon^{ik} S_{ik}\psi,$$
$$\delta\bar{\psi} = -\tfrac{1}{2}\,\varepsilon^{ik}\bar{\psi} S_{ik}, \qquad \varepsilon^{ik} = -\varepsilon^{ki}, \tag{1}$$

где $S_{ik} = \frac{1}{4}(\gamma_i\gamma_k - \gamma_k\gamma_i)$, γ_i — обычные матрицы Дирака. В силу инвариантности лагранжиана [2]

$$L = L(\psi, \partial_\mu\psi, \bar{\psi}, \partial_\mu\bar{\psi}, Q_A, \partial_\mu Q_A, h_i{}^\mu, \partial_\lambda h_i{}^\mu) \tag{2}$$

относительно преобразований (1) при учете уравнений полей ψ, $\bar{\psi}$, Q_A в соответствии с теоремой Нетер имеет место соотношение

$$\partial_\mu J_{[ik]}{}^\mu - \theta_{[ik]} = 0, \tag{3}$$

---

[1] Тетрадные индексы обозначаются латинскими буквами, координатные индексы — греческими. Поднимание и опускание тетрадных индексов осуществляется с помощью $\eta^{ik} = \eta_{ik} = \mathrm{diag}\,(-1, 1, 1, 1)$, а аналогичные операции с координатными индексами проводятся с помощью фундаментальных тензоров: контравариантного $g^{\mu\nu} = \eta^{ik} h_i{}^\mu h_k{}^\nu$ и ковариантного $g_{\mu\nu}$.

[2] В (2) не учитываются вторые производные от $h_i{}^\mu$, поскольку обычно используемые в тетрадной теории тяготения лагранжианы зависят лишь от первых производных $\partial_\lambda h_i{}^\mu$. Однако учет вторых производных $\partial_\nu\partial_\lambda h_i{}^\mu$ в L может быть легко произведен, что приводит к появлению дополнительных членов в соответствующих соотношениях.

где

$$J_{[ik]}{}^{\mu} = -\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \psi)} S_{ik}\psi + \bar{\psi} S_{ik} \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \bar{\psi})} - \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu h_l{}^\nu)} \eta_{l[i} h_{k]}{}^\nu, \tag{4}$$

$$\theta^i{}_\mu = \frac{\partial L}{\partial h_i{}^\mu} - \partial_\lambda \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\lambda h_i{}^\mu)}\right), \quad \theta_{ik} = \eta_{il} h_k{}^\mu \theta^l{}_\mu. \tag{5}$$

При рассмотрении поля h_i^μ как динамического поля, удовлетворящего уравнениям Лагранжа-Эйлера, $\theta_{ik} = 0$ и соотношение (3) дает закон сохранения величины $J^\mu_{[ik]}$, которую назовем тетрадным спиновым моментом. Очевидно, что в $J^\mu_{[ik]}$ вносят вклад, вообще говоря, фермионные поля, а также поле тяготения. Лагранжианы бозонных полей не вносят вклада в $J^\mu_{[ik]}$ в силу отмеченной инвариантности полевых переменных Q_A при тетрадных лоренцевых преобразованиях.

Если h_i^μ не является динамическим полем (гравитационное поле рассматривается как внешнее либо гравитационное взаимодействие вовсе не учитывается), соотношение (3) не дает закона сохранения, если $\theta_{[ik]} \neq 0$. Вклад в $\theta_{[ik]}$ могут вносить лишь фермионные поля, поскольку лагранжианы бозонных полей зависят от h_i^μ посредством метрического тензора $g_{\mu\nu}$. Величина $\theta_{[ik]}$ существенно зависит от используемого лагранжиана L_ψ дираковского поля. Так, в случае выбора L_ψ в виде [9]

$$L_\psi = h\left\{\frac{i}{2} h_i{}^\mu(\bar{\psi}\gamma^i\partial_\mu\psi - \partial_\mu\bar{\psi}\gamma^i\psi) - m\bar{\psi}\psi\right\}, \quad h = \det(h^i{}_\mu) \tag{6}$$

$\theta_{[ik]}$ не равно нулю. Заметим, что лагранжиан (6) является непосредственным обобщением обычного частнорелятивистского лагражиана дираковского поля [14], совпадающего с (6) при $h_i^\mu = \delta_i^\mu$, что соответсвует совпадению тетрадного репера с координатным базисом инерциальной системы. Лагранжиан (6) преобразуется как скалярная плотность веса $+1$ при произвольных координатных преобразованиях, а также инвариантен по отношению к тетрадным лоренцевым преобразованиям с постоянными параметрами. При использовании для описания дираковского поля формализма Фока-Иваненко с лагранжианом ([15], стр. 134)

$$L'_\psi = h\left\{\frac{i}{2} h_i{}^\mu\left[\bar{\psi}\gamma^i\left(\partial_\mu\psi + \frac{1}{2}S_{kl}h^{k\nu}h^l{}_{\nu;\mu}\psi\right) - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \left(\partial_\mu\bar{\psi} - \frac{1}{2}\bar{\psi}S_{kl}h^{k\nu}h^l{}_{\nu;\mu}\right)\gamma^i\psi\right] - m\bar{\psi}\psi\right\}, \tag{7}$$

где точка с запятой в $h^l_{\nu;\mu}$ означает ковариантную производную относительно координатного индекса ν, определяемую с помощью символов Кристоффеля, величина θ_{ik} симметрична и $J^\mu_{[ik]} = 0$.

Рассмотрим вопрос об отношении полученного соотношения (3) к обычному формализму классической теории поля в пространстве Минковского. Как известно, из инвариантности лагранжиана относительно лоренцевых преобразований вытекает закон сохранения полного момента импульса системы взаимодействующих полей, состоящего из орбитального и спинового моментов. Примечательно, что хотя тетрады в обычной частнорелятивистской теории явно не вводятся, их наличие и преобразование в присутствии фермионных полей неявно предполагается. На самом деле, используемый частнорелятивистский лагранжиан дираковского поля (см. [14]) инвариантен лишь при условии, если лоренцевым преобразованиям координат сопутствует соответствующее лоренцево преобразование тетрады, так что используемая тетрада всегда совпадает с координатным базисом. В соответствии с общековариантной теорией поля, спинорные поля в частнорелятивистской теории также следует рассматривать как объекты, трансформационные свойства которых определяются относительно лоренцевых преобразований тетрад, в то время как бозонные поля в обычных лагранжианах задаются с помощью мировых компонент, преобразующихся при лоренцевых координатных преобразованиях (или координатного базиса).

Явное введение тетрадных коэффициентов в лагранжиан дираковского поля дает возможность рассмотреть порознь два типа лоренцевых преобразований. Наряду с рассмотренными тетрадными лоренцевыми преобразованиями, получим соответствующие условия, вытекающие из ковариантности теории относительно координатных лоренцевых преобразований. Эти условия являются частным случаем общих соотношений, которые получим из требования общей ковариантности применительно к лагранжиану (2)

$$\underset{L}{\delta} L-(L\xi^{\nu})_{,\nu} = 0, \tag{8}$$

где $\underset{L}{\delta}$ — дифференциал Ли, порожденный инфинитезимальным координатным преобразованием $x^{\mu}\to x^{\mu}+\xi^{\mu}$. Принимая во внимание лагранжевы уравнения для полей ψ, $\bar{\psi}$, Q_A, из (8) получаем

$$\theta^{i}{}_{\mu}\underset{L}{\delta} h_i{}^{\mu}+\partial_\nu\left[\frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu h_i{}^{\mu})}\underset{L}{\delta} h_i{}^{\mu}+\frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu\psi)}\underset{L}{\delta}\psi+\underset{L}{\delta}\bar{\psi}\frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu\bar{\psi})}+\frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu Q_A)}\underset{L}{\delta} Q_A+L\xi^{\nu}\right]=0. \tag{9}$$

Используя выражения дифференциалов Ли рассматриваемых полей

$$\underset{L}{\delta} h_i{}^{\mu} = \xi^{\mu}{}_{,\nu}h_i{}^{\nu}-\partial_\nu h_i{}^{\mu}\xi^{\nu},$$

$$\underset{L}{\delta}\psi = -\partial_\nu\psi\xi^{\nu}, \qquad \underset{L}{\delta}\bar{\psi} = -\partial_\nu\bar{\psi}\xi^{\nu},$$

$$\underset{L}{\delta} Q_A = Q_B a_A{}^{B}|^{\mu}{}_{\nu}\xi^{\nu}{}_{,\mu}-\partial_\nu Q_A\xi^{\nu}, \tag{10}$$

где коэффициенты $a_A^B|_\nu^\mu$ зависят от тензорной размерности поля Q_A, и полагая $\xi^{\mu}=\varepsilon^{\mu}_{\nu}x^{\nu}(\varepsilon^{\mu\nu} = -\varepsilon^{\nu\mu}, \varepsilon^{\mu}_{\nu} = \mathrm{const})$, получаем следующее соотношение

$$\theta_{[\sigma\varrho]}-\theta^{i}{}_{\mu}x_{[\sigma}\partial_{\varrho]}h_i{}^{\mu}+\partial_\nu(x^{\lambda}t^{\nu}{}_{[\sigma})g_{\varrho]\lambda}+\partial_\nu S_{[\sigma}{}^{\lambda\nu}g_{\varrho]\lambda} = 0, \tag{11}$$

где

$$t^{\nu}{}_{\sigma} = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu h_i{}^{\mu})} \partial_\sigma h_i{}^{\mu} + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu \psi)} \partial_\sigma \psi + \partial_\sigma \bar\psi \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu \bar\psi)} + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu Q_A)} \partial_\sigma Q_A - L\delta^{\nu}_{\sigma}$$

канонический квазитензор энергии-импульса, а

$$S_{\varrho}{}^{\mu\nu} = - \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu h_i^{\varrho})} h_i{}^{\mu} - \frac{\partial L}{\partial(\partial_\nu Q_A)} Q_B a_A{}^{B}|^{\mu}{}_{\varrho} \qquad (12)$$

назовем координатным спиновым моментом. В $S^{\mu\nu}_{\varrho}$ вносят вклад бозонные поля Q_A и гравитационное поле h^{μ}_{i}. При рассмотрении системы взаимодействующих фермионных и бозонных полей в пространстве Минковского при использовании обычного лагранжиана дираковского поля $S^{\nu}_{[\mu\sigma]}$ является тензором спинового момента импульса бозонных полей, а $J^{\mu}_{[ik]}$ — тензором спинового момента фермионных полей. Закон сохранения полного момента импульса в этом случае при условии $h^{\mu}_{i} = \delta^{\mu}_{i}$ является следствием соотношения (3) и соотношения (11), принимающего вид

$$\theta_{[\sigma\varrho]} + \partial_\nu (t^{\nu}{}_{[\sigma} x_{\varrho]} + S_{[\sigma\varrho]}{}^{\nu}) = 0.$$

В то время как спиновый момент фермионных полей связан с рассмотрением тетрадных лоренцевых преобразований, спиновый момент бозонных полей связан с рассмотрением координатных преобразований[3].

При рассмотрении поля h^{μ}_{i} как динамического ($\theta^{i}_{\mu} = 0$) имеет место два закона сохранения. Соотношение (3) дает закон сохранения тетрадного спинового момента, а соотношение (11) приводит к закону сохранения суммы орбитального момента всех полей и координатного спинового момента в виде

$$\partial_\nu (t^{\nu}{}_{\sigma} x^{\varrho} - t^{\nu}{}_{\varrho} x^{\sigma} + S_{\sigma}{}^{\varrho\nu} - S_{\varrho}{}^{\sigma\nu}) = 0.$$

Значения тетрадного и координатного спиновых моментов в общерелятивистской теории существенно зависят от вида используемого лагранжиана дираковского поля. Полное соответствие с частнорелятивистской теорией имеет место при применении лагранжиана (6). Использование же (7), как отмечалось выше, приводит к $J^{\mu}_{[ik]} = 0$, а спин фермионных полей проявляется благодаря зависимости (7) от производных $\partial_\lambda h^{i}_{\mu}$. В связи с этим в ([15], стр. 141) отмечается, что спин фермионных полей целиком обязан взаимодействию этих полей с гравитацией[4]. На наш взгляд, спин поля является его внутренним свойством, происхождение которого не зависит от рассмотрения частного типа взаимодействий. В данной работе мы будем использовать лагранжиан (6). Отметим, что гравитационное поле при этом

---

[3] Эти преобразования тождественны лишь в случае совпадения тетрады с координатным базисом инерциальной системы.

[4] Совершенно аналогичная ситуация имеет место при использовании рассматриваемого в [15] γ-матричного аналога лагранжиана (7).

удобно описывать в рамках формализма Пеллегрини-Плебаньского [9]. Уравнения поля тяготения в этом формализме являются обобщением уравнений Эйнштейна, однако во всех известных практически важных случаях их различие не проявляется.

3. Тетрадный спиновый момент как источник нового динамического поля

Тетрадная теория поля, приводящая к неисчезающему тетрадному спиновому моменту, не ковариантна относительно локальных лоренцевых преобразований. Достижение локальной ковариантности теории возможно на основе общего формализма теории калибровочных полей [3] с помощью введения нового динамического поля $A^{ik}_\mu = -A^{ki}_\mu$, которое при тетрадных лоренцевых преобразованиях (1) с $\varepsilon^{ik} = \varepsilon^{ik}(x)$ преобразуется следующим образом

$$\delta A^{ik}{}_\mu = \varepsilon^i{}_l A^{lk}{}_\mu + \varepsilon^k{}_l A^{il}{}_\mu + \partial_\mu \varepsilon^{ik}. \tag{13}$$

Поле A^{ik}_μ обладает такими же трансформационными свойствами, как и взятые с обратным знаком коэффициенты вращения Риччи $\gamma^{ik}_\mu = h^{i\nu} h^k_{\nu;\mu}$. Однако для их идентификации в рамках излагаемой процедуры нет никаких оснований, и по смыслу введения поле A^{ik}_μ есть независимое динамическое поле, порождаемое тетрадным спиновым моментом. Локальная инвариантность полного лагранжиана полей с учетом калибровочного поля A^{ik}_μ

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}(\psi, \partial_\mu\psi, \bar\psi, \partial_\mu\bar\psi, Q_A, \partial_\mu Q_A, h_i{}^\nu, \partial_\mu h_i{}^\nu, A^{ik}{}_\mu, \partial_\nu A^{ik}{}_\mu) \tag{14}$$

приводит к следующим соотношениям:

$$\partial_\mu J^{(\mathrm{tot})\mu}_{[ik]} = 0, \tag{15}$$

$$J^{(\mathrm{tot})\mu}_{[ik]} - \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial A^{ik}{}_\mu} = 0, \tag{16}$$

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial A^{ik}{}_{\mu,\nu}} + \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial A^{ik}{}_{\nu,\mu}} = 0, \tag{17}$$

где

$$J^{(\mathrm{tot})\mu}_{[ik]} = -\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} S_{ik}\psi + \bar\psi S_{ik} \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu\bar\psi)} - {}$$

$$- \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu h_l{}^\nu)} \eta_{l[i} h_{k]}{}^\nu - \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu A^{lm}{}_\nu)} (\delta^l_i A_k{}^m{}_\nu + \delta^m_k A_i{}^l{}_\nu). \tag{18}$$

При получении (15)—(17) приняты во внимание уравнения для всех рассматриваемых полей. Соотношение (15) выражает закон сохранения полного тетрадного спинового момента $J^{(\mathrm{tot})\mu}_{[ik]}$. Соотношения (16) и (17) определяют взаимодействие поля A^{ik}_μ с дираковским и гравитационным полями, а также лагранжиан $\mathscr{L}_A$ свободного поля A^{ik}_μ. Согласно (16) и (17) лагранжиан $\mathscr{L}_A$ есть функция величины

$$F^{ik}{}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^{ik}{}_\nu - \partial_\nu A^{ik}{}_\mu + A^{il}{}_\mu A^k{}_{l\nu} - A^{il}{}_\nu A^k{}_{l\mu} \tag{19}$$

и в простейшем случае равен

$$\mathscr{L}_A = -\frac{1}{4a} hF^{ik}{}_{\mu\nu} F_{ik}{}^{\mu\nu}, \tag{20}$$

где a — константа с размерностью, обратной размерности действия.

Из (16) и (20) следуют уравнения поля A^{ik}_μ

$$F_{ik}{}^{\mu\nu}{}_{;\nu} = \frac{a}{h} J^{(\mathrm{tot})\mu}_{[ik]}, \tag{21}$$

где ковариантная производная относится к координатным индексам μ и ν. Отметим, что уравнения (21) существенно нелинейны; это, в частности, связано с тем, что поле A^{ik}_μ порождает само себя. В соответствии с (16) и (18) учет взимодействия поля A^{ik}_μ с дираковским и гравитационным полями производится путем следующей замены частных производных полевых функций в исходных лагранжианах полей ψ и h^μ_i:

$$\partial_\mu\psi \to \nabla_\mu\psi = \partial_\mu\psi - \tfrac{1}{2} A^{ik}{}_\mu S_{ik}\psi,$$

$$\partial_\mu\bar{\psi} \to \nabla_\mu\bar{\psi} = \partial_\mu\bar{\psi} + \tfrac{1}{2} A^{ik}{}_\mu \bar{\psi} S_{ik},$$

$$\partial_\mu h_l{}^\nu \to \partial_\mu h_l{}^\nu - A_l{}^k{}_\mu h_k{}^\nu, \tag{22}$$

или

$$h_l{}^\nu{}_{;\mu} \to \nabla_\mu h_l{}^\nu = h_l{}^\nu{}_{;\mu} - A_l{}^k{}_\mu h_k{}^\nu.$$

Правая часть уравнений (21), а также вид уравнений для дираковского и гравитационного полей, взаимодействующих с полем A^{ik}_μ, зависят от выбора исходных лагранжианов полей ψ и h^μ_i. Лагранжиан дираковского поля с учетом взаимодействия с полем A^{ik}_μ в соответствии с (6) и (22)

$$\mathscr{L}_\psi = h\left\{\frac{i}{2} h_i{}^\mu(\bar{\psi}\gamma^i\nabla_\mu\psi - \nabla_\mu\bar{\psi}\gamma^i\psi) - m\bar{\psi}\psi\right\}, \tag{23}$$

а лагранжиан гравитационного поля (см. [9]), взаимодействующего с A^{ik}_μ

$$\mathscr{L}_h = k_1 h(\nabla_\nu h_i{}^\mu \nabla_\mu h^{i\nu} - \nabla_\mu h_i{}^\mu \nabla_\nu h^{i\nu}) + k_2 \varepsilon^{\eta\lambda\mu\nu} h_{i\eta} h_{k\mu} \nabla_\varrho h^{i\varrho} \nabla_\nu h^k{}_\lambda \tag{24}$$

(k_1 и k_2 — константы, $\varepsilon^{\kappa\lambda\mu\nu}$ — полностью антисимметричный символ Леви-Чивита). Используя (20), (23) и (24), определим полный тетрадный спиновый момент рассматриваемой системы полей

$$J^{(\mathrm{tot})\mu}_{[ik]} = J^{(\psi)\mu}_{[ik]} + J^{(h)\mu}_{[ik]} + J^{(A)\mu}_{[ik]},$$

$$J^{(\psi)\mu}_{[ik]} = -\frac{i}{2} hh^{l\mu}\bar{\psi}(\gamma_l S_{ik} + S_{ik}\gamma_l)\psi,$$

$$J^{(h)\mu}_{[ik]} = -2k_1 h(\nabla_\nu h_{[i}{}^{\mu} h_{k]}{}^{\nu} - \nabla_\nu h_{[i}{}^{\nu} h_{k]}{}^{\mu}) - k_2(\varepsilon^{\eta\lambda\nu\varrho} h^l{}_\eta h_{m\nu} \nabla_\varrho h^m{}_\lambda \eta_{l[i} h_{k]}{}^{\mu} +$$

$$+ \varepsilon^{\kappa\lambda\nu\mu} h_{m\kappa} h^l{}_\nu \nabla_\varrho h^{m\varrho} \eta_{l[i} h_{k]\lambda}),$$

$$J^{(A)\mu}_{[ik]} = \frac{h}{a}(F_{il}{}^{\mu\nu} A_k{}^l{}_\nu + F_{lk}{}^{\mu\nu} A_i{}^l{}_\nu).$$

Исходя из лагранжианов (23) и (24), легко получить уравнения движения для полей ψ и h^μ_i. Так, уравнения для дираковского поля имеют следующий вид: $ih^\mu_i \gamma^i \nabla_\mu \psi + \frac{i}{2} \nabla_\mu h^\mu_i \gamma^i \psi = m\psi$.

4. Заключение

Проведенное рассмотрение дает возможност ответить на вопрос: какую роль группа Лоренца играет в теории калибровочных полей. Ответ на этот вопрос может быть дан в рамках тетрадной теории поля и существенно зависит от используемого подхода для описания гравитации. При использовании в тетрадной теории гравитации подхода, инвариатного относительно локальных лоренцевых преобразований, инвариант Нетер, соответствующий этой группе преобразований, тождественно равен нулю (см. (16)) и, следовательно, с группой Лоренца в этом подходе не связано какое-либо динамическое калибровочное поле. При использовании же в тетрадной теории гравитации другого подхода, инвариантного относительно тетрадных лоренцевых преобразований лишь с постоянными параметрами, соответствующий инвариант Нетер (тетрадный спиновый момент) отличен от нуля и с группой Лоренца может быть связано калибровочное поле, порождаемое тетрадным спиновым моментом. Это поле, по своему статусу, наряду с электромагнитным и гравитационным принадлежит к фундаментальным физическим полям. Вопрос об отношении к известным типам взаимодействий взаимодействия, носителем которого является поле A^{ik}_μ, равно как и вопрос о возможных проявлениях поля A^{ik}_μ в природе (если оно существует) подлежит исследованию.

ЛИТЕРАТУРА

[1] C. N. Yang, R. L. Mills, *Phys. Rev.*, **96**, 191 (1954).

[2] J. J. Sakurai, *Ann. Phys.* (USA), **11**, 1 (1960).

[3] R. Utiyama, *Phys. Rev.*, **101**, 1597 (1956).

[4] А. М. Бродский, Д. Д. Иваненко, Г. А. Соколик, *Журнал экспер. и теор. физики*, **41**, 1307 (1961); *Acta Phys. Hungar.*, **14**, 21 (1962); T. W. B. Kibble, *J. Math. Phys.*, **2**, 212 (1961); Б. Н. Фролов, *Вестник Моск. университета, сер. физ., астрон.*, **6**, 48 (1963); Г. А. Соколик, Н. П. Коноплева, *Доклады АН СССР*, **154**, 310 (1964).

[5] А. В. Минкевич, Весци АН БССР, сер. физ.-мат. навук, **4**, 117 (1966); *Abstracts 5th International Conference on Gravitation and the Theory of Relativity*, Tbilisi 1968, p. 38.

[6] А. В. Минкевич, *Канд. диссертация*, Минск 1969.

[7] R. Utiyama, T. Fukuyama, *Prog. Theor. Phys.*, **45**, 612 (1971).

[8] C. Møller, *Proceedings of Conference on the Theory of Gravitation*, Warszawa 1962, Paris–Warszawa 1964, p. 31.
[9] C. Pellegrini, J. Plebański, *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, **2**, N4 (1963).
[10] В. И. Родичев, *Современные проблемы гравитации*, Сб. трудов II Советской гравитационной конференции, Тбилиси 1967, стр. 71.
[11] А. В. Минкевич, В. И. Кудин, *Тезисы докладов III Советской гравитационной конференции*, Ереван 1972, стр. 106.
[12] L. Halpern, M. J. Miketinac, *Can. J. Phys.*, **48**, 225 (1970).
[13] V. Fock, D. Ivanenko, *CR Acad. Sci.* (France), **188**, 1470 (1929).
[14] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей*, Москва 1957, стр. 61.
[15] Н. В. Мицкевич, *Физические поля в общей теории относительности*, Москва 1969.