

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

The Propagation of Electromagnetic Plasma Oscillations in the Gravitational Field

Ю. Г. Игнатьев

Кафедра физики, Казанский государственный университет*

(Поступила в редакцию 12 июня 1974 г.)

The theory of electromagnetic plasma oscillations in the strong gravitational field is constructed by using relativistic kinetic Boltzman equations. In the atmosphere plasma of neutron stars damping decrement of transverse electromagnetic oscillations may be positive; in this case the electromagnetic oscillations increase, and plasma becomes unstable. This effect is discussed in its application to the pulsars model.

На основе общерелятивистских кинетических уравнений Больцмана строится теория плазменных колебаний в сильном гравитационном поле. В атмосферной плазме нейтронных звезд декремент затухания поперечных электромагнитных колебаний может стать положительной величиной, — электромагнитные колебания при этом раскачиваются и плазма становится неустойчивой. Этот эффект рассматривается применительно к модели пульсаров.

1. Введение

В ряде работ [1—5] Черниковым построена общерелятивистская кинетическая теория газов в приближении бинарных столкновений частиц. Теория строится на основе инвариантной функции распределения частиц $f(x, p)$ по координатам x^i и импульсам p^α ($i, j, k, \dots = 1, 2, 3, 4$; $\alpha, \beta, \gamma, \dots = 1, 2, 3$), заданной в семимерном фазовом пространстве $\Gamma_7 = X_4 \otimes P_3$, представляющему гиперсферу в восьмимерном пространстве состояний (для частиц с фиксированной массой покоя m):

$$g_{ik}(x)p^i p^k = m^2 c^2. \quad (1.1)$$

* Address: Physical Department, Kazan State University, Lenin 8, Kazan, USSR.

Нетрудно обобщить релятивистское уравнение Больцмана [2] для газа, состоящего из N сортов частиц, на случай действия электромагнитных сил:

$$\hat{K}_a(x, p)f_a(x, p) = I_a(x, p), \quad (1.2)$$

где $I_a(x, p)$ — интеграл столкновений для частиц сорта „а“, $\hat{K}_a(x, p)$ — кинетический оператор:

$$\hat{K}_a(x, p) = p^i \frac{\partial}{\partial x^i} - \left\{ \Gamma_{ik}^a(x) p^i p^k - \frac{e_a}{m_a} F^{\alpha} \cdot i(x) p^i \right\} \frac{\partial}{\partial p^{\alpha}}, \quad (1.3)$$

здесь $\Gamma_{ik}^a(x)$ — символы Кристоффеля 2-го рода, $F^{\alpha} \cdot i(x)$ — тензор электромагнитного поля, e_a — заряд частицы сорта „а“.

Равновесное распределение смеси газов возможно лишь в том случае [4], если пространство X_4 допускает группу движений с времениподобным вектором Киллинга (т.е. пространство статическое):

$$\xi_{(i,k)} = 0. \quad (1.4)$$

Обобщенное на электромагнитный случай условие равновесия смеси газов подразумевает кроме выполнения уравнений (1.4) условие постоянства тензора электромагнитного поля вдоль направления вектора $\xi^i(x)$, т.е. статичность электромагнитного поля:

$$\mathcal{L} F_{ik}(x) = 0. \quad (1.5)$$

В этом случае интеграл столкновений обращается в нуль, и равновесная функция распределения имеет максвелловский вид:

$$f_a^0(x, p) = C_a \exp \left\{ - \frac{e_a}{m_a} \int F_{ik} \xi^i dx^k - (\xi, p) \right\}, \quad (1.6)$$

где C_a — нормировочная постоянная.

Статистическая теория, развитая Черниковым полностью приложена лишь к равновесным состояниям газа [4] и частично к неравновесным диссипативным процессам в достаточно плотном газе, когда применимо гидродинамическое приближение [5], т.е. когда столкновения частиц настолько часты, что в промежутке между столкновениями функция распределения не успевает изменить свой максвеллов вид.

Большой интерес, однако, представляет обратный случай достаточно редких столкновений, когда в промежутках между столкновениями на движение частиц может оказать сильное влияние гравитационное поле и другие возмущающие факторы. В данной статье мы разберем подробно случай электромагнитного возмущения. Для простоты мы будем полагать в равновесном состоянии f_0 электромагнитное поле отсутствующим, т.е. полагать равновесную функцию распределения в виде:

$$f_a^0 = C_a \exp \{ -(\xi, p) \}. \quad (1.7)$$

В неравновесном состоянии „включено“ слабое электромагнитное возмущение, и функция распределения выбирается в виде:

$$f_a(x, p) = f_a^0(x, p) \{1 + \varphi_a(x, p)\}, \quad (1.8)$$

где отклонения $\varphi_a(x, p)$ функции распределения от равновесной считаются малыми (подробно о применимости такого приближения см. раздел 5). Для полностью ионизированной электронно-электронного плазмы для не слишком высоких (ультрарелятивистских) температур электронно-ионный интеграл столкновений много больше электронно-ионного, и движение плазмы можно описывать движением электронной компоненты [6], причем интеграл столкновений $I_{ei}(x, p)$ взять в релаксационном виде:

$$I_{ei}(x, p) = -v_{ei}(x, p) \frac{p^4}{c} \varphi_e(x, p) f_e^0(x, p), \quad (1.9)$$

где $v_{ei}(x, p)$ — электронно-ионная частота столкновений.

2. Модельное уравнение и высокочастотное приближение

Рассматривая электромагнитное поле и отклонения функции распределения от равновесной как малые возмущения и используя релаксационный интеграл столкновений (1.9) в первом порядке теории возмущений придем к уравнению [7, 8]:

$$\left\{ \hat{K}^0(x, p) + v(x, p) \frac{p^4}{c} \right\} \varphi(x, p) = \frac{e}{m} F_{ik}(x) \xi^i(x) p^k, \quad (2.1)$$

которое по аналогии с классическим [9] может быть названо модельным. Оператор $\hat{K}^0(x, p)$ в (2.1) соответствует равновесному состоянию, т.е. это оператор $\hat{K}(x, p)$ (1.2), в котором $F_{ik} = 0$, и метрика допускает группу движений с времениподобным вектором Киллинга $\xi(x)$.

В случае приближения геометрической оптики [10], т.е. в случае малости отношения длины волны электромагнитного излучения к характерному размеру неоднородности L_0

$$\lambda/L_0 \ll 1, \quad (2.2)$$

(в данном случае $L_0 \sim \left(\frac{dg_{44}}{dr} \right)^{-1} \simeq \frac{r^2}{r_g}$, где r — расстояние от рассматриваемой точки до центра масс гравитирующего тела „массы“ $r_g = \frac{MG}{c^2}$) уравнение (2.1) может быть решено методом последовательных приближений по малому параметру

$$\alpha = \frac{cr_g}{\omega r^2} = \frac{\omega_g}{\omega} \ll 1, \quad (2.3)$$

что соответствует высокочастотному приближению. Для решения уравнения (2.1) удобно перейти к его Фурье-представлению. В кривом пространстве X_4 можно определить фурье образ некоторой функции $\psi(x)$ относительно фиксированной точки x_0 в системах координат, связанными линейными преобразованиями с псевдодекартовыми:

$$\psi(x^0, k) = (2\pi)^{-2} \int \psi(x^0 + x') e^{ik_i x'^i} \sqrt{-g(x^0 + x')} d^4 x', \tag{2.4}$$

где интегрирование проводится по бесконечному четырехмерному параллелепиду, и $k_4 = -\omega/c$. Обратное Фурье-преобразование определено соотношением:

$$\psi(x) = \frac{(2\pi)^{-2}}{\sqrt{-g(x)}} \int \psi(x_0, k) e^{-ik_i x'^i} d^4 k,$$

$x^i = x_0^i + x'^i$. Во избежании путаницы следует отметить, что величины k_i являются числами, никоим образом не связанными с координатами x^i в X_4 . Учитывая условие (2.3) Фурье-образ уравнения (2.1) можно разложить в ряд по малому параметру и применить обычную теорию возмущений, представляя функцию $\varphi(x_0, k, p)$ в виде ряда:

$$\varphi(x_0, k, p) = \varphi^0(x_0, k, p) + \varphi^1(x_0, k, p) + \dots \tag{2.5}$$

Представление (2.5) аналогично разложению функции в ряд по малому параметру $\alpha(k)$.

В дальнейшем для упрощения предположим, что в равновесном состоянии газ покоится, т.е. вектор Киллинга, определяющий макроскопическое движение газа, равен:

$$\xi^i = \frac{c}{\kappa T},$$

(κ — постоянная Больцмана) и функция распределения в равновесном состоянии:

$$f^0(x, p) = C \cdot \exp\left(-\frac{cp_4}{\kappa T}\right), \tag{2.6}$$

причем компоненты метрического тензора $g_{\alpha 4} = 0$.

Осуществляя разложение уравнения (2.1) по малому параметру $\alpha(k)$, получим обычные соотношения теории возмущений

$$\begin{aligned} {}_0\hat{K}^0(\omega^*, k, p)\varphi^0(\omega, k, p) &= \frac{e}{\kappa T} E_a(\omega, k)^{p^a}, \\ {}_0\hat{K}^0(\omega^*, k, p)\varphi^1(\omega, k, p) &= -{}_1\hat{K}^0(\omega^*, k, p)\varphi^0(\omega, k, p), \\ {}_0\hat{K}^0(\omega^*, k, p)\varphi^2(\omega, k, p) &= -{}_1\hat{K}^0(\omega^*, k, p)\varphi^1(\omega, k, p) - {}_2\hat{K}^0(\omega^*, k, p)\varphi^0(\omega, k, p), \\ &\dots \end{aligned} \tag{2.7}$$

где $\omega^* = \omega + iv$, $E_\alpha = F_{4\alpha}$, операторы ${}_n\hat{K}(\omega^*, k, p)$ имеют вид:

$${}_nK^0(\omega^*, k, p) = (-i)^n \partial_{\alpha_1 \dots \alpha_n} \left\{ -\frac{i\omega^* p^4}{c} + ik_\alpha p^\alpha - (C^\alpha + C^\alpha_{\beta\gamma} p^\beta p^\gamma) \frac{\partial}{\partial p^\alpha} \right\}_{x=x_0} \frac{\partial^n}{\partial k_{\alpha_1} \dots \partial k_{\alpha_n}}. \quad (2.8)$$

Здесь для простоты введены обозначения:

$$C^\alpha = \frac{\Gamma_{44}^\alpha}{g_{44}}, \quad C^\alpha_{\beta\gamma} = \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} - g_{\beta\gamma} C^\alpha.$$

Все операторы ${}_nK^0$ определены в точке x_0 , однако для простоты координаты x_0 в дальнейшем будем опускать. При вычислении операторов (2.8) следует иметь в виду соотношение

$$\partial_\alpha p^4 = -\frac{\Gamma_{\alpha i, j} p^i p^j}{p_4}.$$

Следует отметить, что в любом приближении мы имеем дело с алгебраическими по ω, k уравнениями. Таким образом, основная задача состоит в решении уравнений типа

$${}_0\hat{K}^0(\omega^*, k, p)\varphi(\omega, k, p) = \psi(\omega, k, p), \quad (2.9)$$

или в нахождении оператора $\{{}_0\hat{K}^0\}^{-1}$. Можно получить решение уравнения (2.9) в общем случае, в данной статье мы подробно разберем решение уравнения (2.9) в случае слабо-релятивистских температур.

3. 3-тензоры комплексной проводимости и диэлектрической проницаемости; дисперсионное соотношение в квазиоднородном случае

С помощью функции $\varphi(x, p)$ можно вычислить 3-ток, наводимый в плазме электромагнитным полем:

$$j^\alpha(x) = \frac{e}{m} \int_{P(x)} p^\alpha f^0(x, p) \varphi(x, p) dP. \quad (3.1)$$

В Фурье-представлении относительно точки x_0 (3.1) запишется в виде:

$$j^\alpha(x_0, k) = \frac{e}{m} \int d^3p \cdot p^\alpha (2\pi)^{-2} \int \bar{f}^0(x_0, k - k', p) \varphi(x_0, k', p) d^4k', \quad (3.2)$$

где $\bar{f}^0(x_0, k, p)$ Фурье-образ функции $f^0(x, p)/p_4(x, p)$, связанный с Фурье-образом функции $f^0(x, p)$ простым соотношением:

$$-mc \frac{\partial \bar{f}^0(x_0, k, p)}{\partial \lambda_0} = f^0(x_0, k, p),$$

где $\lambda_0 = \frac{mc^2}{\kappa T}$. Вычисление Фурье-компонент 3-тока в общем случае представляет довольно сложную задачу. Общие соотношения для 3-тока, а также тензоров комплексной проводимости и диэлектрической проницаемости приведены в работе [11]. В данной работе мы ограничимся изучением квазиоднородного приближения.

В этом приближении Фурье-компоненты 3-тока можно представить в виде соотношения

$$j^a(x_0, k) = \sigma^{a\beta}(x_0, k)E_\beta(x_0, k), \quad (3.3)$$

где 3-тензор комплексной проводимости плазмы в присутствии гравитационного поля равен

$$\sigma^{a\beta}(x_0, k) = -\frac{e}{m} \int dP \cdot p^a f^0(x_0, p) \frac{\partial \varphi(x_0, k, p)}{\partial E_\beta(x_0, k)}. \quad (3.4)$$

Нетрудно видеть, что уравнения Максвелла в кривом пространстве в Фурье-представлении могут быть записаны в виде:

$$ik_k F^{ik}(x_0, k) = -\frac{4\pi}{c} j^i(x_0, k);$$

$$k_{(i} F_{k\epsilon)}(x_0, k) = 0. \quad (3.5)$$

Несмотря на простой вид этих уравнений, формально совпадающий с видом уравнений в плоском пространстве, решить эти уравнения в общем случае не представляется возможным, поскольку в общем случае нельзя установить связь между фурье-образами тензоров $F^{ik}(x)$ и $F_{ik}(x)$. В квазиоднородном приближении такая связь может быть легко установлена. Решая в этом приближении уравнения (3.5) и представляя 3-ток в виде (3.3), придем к условию разрешимости этих уравнений, т.е. к дисперсионному соотношению:

$$\text{Det}(x_0, k, \omega) = \left| (g^{a\beta} g^{\gamma\delta} - g^{a\gamma} g^{\beta\delta}) k_\gamma k_\delta + \frac{\omega^2}{c^2} g^{a\gamma} g^{44} \epsilon_\gamma^\beta(k, \omega) \right|_{x=x_0} = 0, \quad (3.6)$$

где все величины определены в точке x_0 , а тензор диэлектрической проницаемости:

$$\epsilon_\gamma^\beta(x_0, k, \omega) = \delta_\gamma^\beta - \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_\gamma^\beta(x_0, k, \omega). \quad (3.7)$$

Следует отметить что в пустом пространстве (3.6) дает хорошо известное уравнение эйконала:

$$g^{ik}(x) k_i k_k = 0. \quad (3.8)$$

4. Приближение слабoreлятивистских температур $\kappa T \ll mc^2$

Плазма в отсутствие гравитационного поля при релятивистских и ультрарелятивистских температурах исследовалась как в столкновительном [8], так и в бесстолкновительном [11, 12] приближениях. В этой статье мы ограничимся рассмотрением слабoreлятивистской плазмы $\lambda \gg 1 (T_e \ll 6 \cdot 10^9 \text{ }^\circ\text{K})$ в квазиоднородном приближении. При этом следует отметить, что условие малости параметра $\alpha(k)$ (2.3) не означает, вообще говоря, того, что рассматриваемое гравитационное поле должно быть слабым, можно удовлетворить условию (2.3), ограничившись рассмотрением колебаний достаточно высокой частоты. Более строгое условие применимости такого приближения будет получено в разделе 5.

В случае достаточно низких температур $\lambda \gg 1$ средние скорости электронов значительно меньше скорости света, поэтому в левой части уравнений (2.7) можно отбросить члены с высокими степенями v/c . Вводя для удобства вместо безразмерные скорости $u^\alpha = p^\alpha/mc$ и ограничиваясь первым релятивистским приближением, получим упрощенный оператор ${}_0\hat{K}^0$:

$${}_0K^0(\omega^*, k, p) = ik_\alpha u^\alpha - \frac{i\omega'}{c} \left(1 - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta \right) - (C^\alpha + C_{\beta\gamma}^\alpha u^\beta u^\gamma) \frac{\partial}{\partial u^\alpha}, \quad (4.1)$$

где $\omega' = \frac{\omega + iv}{\sqrt{g_{44}}}$. Далее, если к тому же средние тепловые скорости электронов много меньше фазовой скорости света в плазме:

$$v_{Te} \ll v_f = \frac{\omega}{k}, \quad (4.2)$$

где $v_{Te} = \sqrt{\frac{\kappa T_e}{m_e}}$ (т.е. мало затухание Ландау), то функцию $\varphi(k, \omega, u)$ можно представить в виде разложения по моментам:

$$\varphi(k, \omega, u) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}(k, \omega) u^{\alpha_1} \dots u^{\alpha_n}. \quad (4.3)$$

При подстановке (4.3) в (4.1) получим разложение величины ${}_0\hat{K}^0\varphi$ по моментам. Очевидно, что такая же процедура может быть предельно и с первой частью уравнений (2.7). Приравнявая теперь моменты в левых и правых частях этих уравнений, придем к бесконечной алгебраической цепочке уравнений — это является рецептом решения системы (2.7) в случае слабо-релятивистских температур. Поскольку оператор (4.1) построен с точностью до первого релятивистского приближения, то релятивизм следует учитывать только вплоть до третьего момента $\varphi_{\alpha\beta\gamma}(k, \omega)$, последующие моменты могут быть упрощены. Для общности рассмотрим уравне-

ние (2.9), для которого, применяя вышеуказанный рецепт, получим цепочку уравнений:

$$ik_{(\alpha_1 \varphi_{\alpha_2} \dots \alpha_n)} - \frac{i\omega'}{c} \left[\varphi_{\alpha_1 \dots \alpha_n} - \frac{1}{2} g_{(\alpha_1 \alpha_2} \varphi_{\alpha_3 \dots \alpha_n)} \right] - (n-1) C_{(\alpha_1 \alpha_2}^{\gamma} \varphi_{\alpha_3 \dots \alpha_n)}_{\gamma} - (n+1) C^{\gamma} \varphi_{\alpha_1 \dots \alpha_n \gamma} = \varphi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}, \quad (4.4)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Как видно из этой системы, для решения уравнения относительно n -го момента необходимо знание $(n+1)$ момента, т.е. уравнения зацепляются. Это означает, что цепочку (4.4) можно решить только с конца. Положение облегчается, однако, тем обстоятельством, что в уравнениях (4.4) $n+1$ момент входит с множителем $c/\omega' C^{\gamma} \sim \alpha$ по отношению к n -ому моменту. Это обстоятельство приводит к тому, что для знания n -го момента с точностью до $O^N(\alpha)$ необходимо знание $n+1$ момента с точностью до $O^{N-1}(\alpha)$, $n+2$ — с точностью до $O^{N-2}(\alpha)$ и т.д., т.е. всего потребуется N высших моментов со все убывающей точностью по α . Уравнения для последнего $m = N+n$ момента замыкаются:

$$ik_{(\alpha_1 \varphi_{\alpha_2} \dots \alpha_m)} - \frac{i\omega'}{c} \left[\varphi_{\alpha_1 \dots \alpha_m} - \frac{1}{2} (g_{\alpha_1 \alpha_2} \varphi_{\alpha_3 \dots \alpha_m}) \right] = \varphi_{\alpha_1 \dots \alpha_m}, \quad (4.5)$$

и таким образом система (4.4) сводится к обычной алгебраической задаче — решению конечной системы линейных алгебраических уравнений.

Перейдем теперь к рассмотрению квазиоднородного приближения. В этом приближении $\psi, \varphi_{\alpha\beta}, \varphi_{\alpha\beta\gamma} = 0, \varphi_{\alpha} = \frac{eE_{\alpha}}{\kappa T}$. Как нетрудно видеть, все моменты $\varphi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}$ оказываются в этом случае алгебраическими выражениями, свернутыми с E_{α} . Учитывая определение (3.4), придем к тензору проводимости в квазиоднородном приближении, выраженном через моменты равновесной функции распределения [4]:

$$f^{0\alpha_1 \dots \alpha_n}(x) = \int f^0(x, p) p^{\alpha_1} \dots p^{\alpha_n} dP.$$

В силу свойства моментов равновесной функции распределения [5]:

$$\frac{\partial f^{0i_1 \dots i_n}}{\partial \xi_{i_{n+1}}} = -f^{0i_1 \dots i_n i_{n+1}},$$

все нечетные моменты функции (2.6) равны нулю. В результате вклад в проводимость вносят лишь нечетные моменты функции $\varphi(x, p)$. Таким образом, в нашем приближении имеем выражение для тензора проводимости:

$$\sigma^{\alpha\beta}(k, \omega) = -\frac{i\omega_{Ne}^2(x)}{4\pi c \sqrt{g_{44}}} \left\{ \frac{\omega'}{c} X_{\gamma}^{\beta}(k, \omega, x) g^{\alpha\gamma} - \frac{c}{\omega' \lambda} \left[\frac{5}{2} g^{\alpha\beta} + \left(\frac{c}{\omega'} \right)^2 \left(2g^{\beta\gamma} k_{\gamma} k_{\delta} g^{\alpha\delta} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} k_{\gamma} k_{\delta} - i \frac{97}{8} g^{\alpha\beta} C^{\gamma} k_{\gamma} - i \frac{11}{2} g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} C^{\gamma} k_{(\gamma} g_{\delta)\tau} - i \frac{95}{8} g^{\alpha\gamma} C^{\beta} k_{\gamma} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - i \frac{11}{2} g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} C^{\gamma} k_{(\gamma} g_{\delta)\tau} - i \frac{95}{8} g^{\alpha\gamma} C^{\beta} k_{\gamma} \right. \right. \right. \left. \left. \left. \right. \right. \right\}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{i}{2} C_{\gamma\delta}^{\tau} g^{\gamma\delta} g^{\alpha\beta} k_{\tau} - i g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} C_{\gamma\delta}^{\tau} k_{\tau} - 6 i g^{\alpha(\gamma} g^{\delta\tau)} C_{\gamma\delta}^{\beta} k_{\tau} - i g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} C_{\tau(\gamma}^{\tau} k_{\delta)} \\
& - i \left(\frac{c}{\omega'} \right)^4 \left(12 g^{\alpha\gamma} g^{\delta\tau} C^{\beta} k_{\gamma} k_{\delta} k_{\tau} + 2 g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} C^{\tau} k_{\gamma} k_{\delta} k_{\tau} + g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} C^{\tau} k_{\gamma} k_{\delta} k_{\tau} \right) \Big\}, \quad (4.6)
\end{aligned}$$

где введена матрица $X_{\alpha}^{\beta}(k, \omega)$:

$$\begin{aligned}
[X_{\alpha}^{\beta}(k, \omega)]^{-1} &= \delta_{\alpha}^{\beta} \left[\left(\frac{\omega'}{c} \right)^2 - i k_{\gamma} C^{\gamma} + g_{\gamma\delta} C^{\gamma} C^{\delta} + 2 \left(\frac{c}{\omega'} \right)^2 k_{\gamma} k_{\delta} C^{\gamma} C^{\delta} \right] \\
&- 2 k_{\alpha} C^{\beta} \left[i - 2 \left(\frac{c}{\omega'} \right)^2 k_{\gamma} C^{\gamma} \right] + C^{\gamma} [3 g_{\alpha\gamma} C^{\beta} + 2 C_{\alpha\gamma}^{\beta}]. \quad (4.7)
\end{aligned}$$

Здесь $\omega_{Ne}(x)$ — ленгмюровская электронная частота:

$$\omega_{Ne}^2(x) = \frac{4\pi N_e(x_0) e^2}{m_e} \cdot \frac{K_2[\lambda(x)] \lambda(x_0)}{K_2[\lambda(x_0)] \lambda(x)},$$

$N_e(x_0)$ — концентрация электронов в точке x_0 , x_0 — какая-либо фиксированная точка. Второй член в (4.6) описывает релятивистскую поправку по отношению к фазовой скорости света. Для того, чтобы убедиться в этом достаточно перейти в (4.6) к пределу $\alpha = 0$, т.е. к плоскому пространству — в этом случае тензор проводимости имеет две существенные компоненты:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\perp}(k, \omega) &= \frac{i \omega_{Ne}^2}{4\pi \omega^*} \left[1 - \frac{5}{2\lambda} + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{ck}{\omega^*} \right)^2 \right], \\
\sigma_{\parallel}(k, \omega) &= \frac{i \omega_{Ne}^2}{4\pi \omega^*} \left[1 - \frac{5}{2\lambda} + \frac{3}{\lambda} \left(\frac{ck}{\omega^*} \right)^2 \right].
\end{aligned}$$

5. Границы применимости теории

Выше при использовании уравнений Максвелла-Больцмана (1.2) мы неявно предполагали, что применяется статистика Больцмана. Условием применимости статистики Больцмана является малость энергии Ферми по сравнению с кинетической энергией электронов [13]:

$$kT_e \gg \frac{\hbar^2 N_e^{2/3}}{m_e}. \quad (5.1)$$

Далее, классический подход к процессам поглощения электромагнитного излучения возможен при выполнении условия [14]:

$$\hbar \omega \ll kT_e. \quad (5.2)$$

Для температур порядка 10^6 К этому условию удовлетворяет электромагнитное излучение всего радиодиапазона, включая оптический. Классический релятивист-

ский подход к интегралу столкновений возможен при температурах, удовлетворяющих условию [15]:

$$\frac{1}{\lambda} \ll \sqrt{137L}, \quad (5.3)$$

где L — кулоновский логарифм. При выполнении условия (5.3) в интеграле столкновений можно пренебречь изменением импульса электронов вследствие тормозного излучения и процессов рождения пар.

Перейдем к исследованию применимости линейного приближения. В промежутках между столкновениями вследствие возмущающего действия электромагнитного поля происходит перераспределение импульсов частиц, т.е. отклонение функции распределения от равновесной. При этом возмущающее поле можно считать слабым, т.е. ограничиться линейным приближением функции распределения, если импульс, передаваемый полем частицам намного меньше среднего импульса, передаваемого частицами при тепловых столкновениях. Это накладывает условие малости напряженности электромагнитного поля [14]:

$$E \ll E_p = \sqrt{\frac{3m_e u T_e}{e^2} \cdot \delta(\omega^2 + v_{\text{eff}}^2)}, \quad (5.4)$$

где E_p — плазменное поле, δ — коэффициент максимальной передачи энергии при столкновениях. Критерий слабости поля (5.4) относится, однако, только к ионной компоненте плазмы, для электронной же компоненты представление функции в виде (1.8) справедливо в любом поле при условии малости коэффициента максимальной передачи энергии [14]:

$$\delta = \frac{2m_e}{m_i} \ll 1. \quad (5.5)$$

При больших ультрарелятивистских температурах и больших напряженностях электромагнитного поля в силу возрастания инертной массы электрона соотношение (5.5) может быть нарушено. Этот эффект происходит, однако, при температурах выше $100 Zm_e c^2$, при которых уже не выполняется соотношение (5.3).

Перейдем теперь к рассмотрению возможности представления интеграла столкновений в релаксационном виде (1.9). Как известно [6], эффективные частоты столкновений в нерелятивистской плазме относятся как:

$$v_{ee} : v_{ii} : v_{ei} \simeq \frac{m_e}{m_i} : \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} : 1.$$

В силу этого обстоятельства в электронном интеграле столкновений остается лишь электронно-ионный член, причем он определяется лишь упругими столкновениями неравновесных электронов на равновесных ионах. Таким образом в случае слабого поля электронный интеграл столкновений может быть представлен в нерелятивистском и релятивистском случаях в виде (1.9). В ультрарелятивистском случае

в силу увеличения инертной массы электронов и тем самым передаваемого импульса, такое представление невозможно. Далее, частота столкновений $\nu(x, p)$ всегда является функцией импульса, и лишь в двух предельных случаях:

$$\omega^2 \gg \nu_{\text{eff}}^2, \quad \omega^2 \ll \nu_{\text{eff}}^2, \quad (5.6)$$

возможна замена $\nu(x, p)$ некоторой эффективной частотой $\nu_{\text{eff}}(x)$. В наиболее интересном для нас случае $\omega^2 \gg \nu_{\text{eff}}^2$ [10]:

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{m_e}} \frac{e^4 Z^2 N_i L}{(\kappa T_e)^{3/2}} \quad (5.7)$$

— нерелятивистские и слабoreлятивистские температуры. В ультрарелятивистском пределе также можно получить выражение для эффективной частоты столкновений:

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{38}{3} \frac{\pi e^4 Z^2 N_i L}{(k T_e)^2}. \quad (5.8)$$

Перейдем теперь к анализу применимости условия (2.3). На поверхности нейтронной звезды $M = 0.8 M_0$ это условие выполняется для частот

$$\omega \gg 3.6 \cdot 10^4 \text{ гц},$$

т.е., для волн мегагерцевого и более высоких диапазонов. В случае, если решается общая задача о распространении возмущений всех частот в плазме (например, задача об устойчивости плазмы), то условие (2.3) должно быть заменено следующим:

$$\frac{c r_g}{\omega_{Ne} r^2} \ll 1. \quad (5.9)$$

В этом случае условие применимости полученных формул вблизи поверхности нейтронной звезды накладывает ограничение на концентрацию электронов:

$$N_i(R_0) \gg 0.4 \text{ см}^{-3}.$$

Следующее ограничение, касающееся результатов четвертого раздела, связано с предположением малости тепловой скорости электронов по сравнению с фазовой скоростью света, т.е. с малостью затухания Ландау. Поскольку для поперечных волн затухание Ландау отсутствует, то формулы предыдущего раздела верны при условии малости средней тепловой скорости электронов по сравнению со скоростью света в вакууме, т.е.,

$$\left(\frac{v_{Te}}{c} \right)^2 = \frac{1}{\lambda_0} \ll 1. \quad (5.10)$$

Для продольных волн фазовая скорость света порядка ω_{Ne}/k , и поэтому условие применимости формул четвертого раздела имеет вид:

$$v_{Te} \ll v_f \simeq \frac{\omega_{Ne}}{k}. \quad (5.11)$$

При описании процессов поглощения условие (5.11) должно быть заменено более строгим — условием малости затухания Ландау по сравнению со столкновительным:

$$v_{\text{eff}} \gg 0.28 \omega_{Ne} \left(\frac{\omega_{Ne}}{kv_{Te}} \right)^3 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_{Ne}}{kv_{Te}} \right)^2 \right]. \quad (5.12)$$

6. Электромагнитные волны в поле Шварцшильда

В качестве приложения исследуем вопрос о распространении электромагнитных волн в плазме, находящейся в поле Шварцшильда, метрика которого в гармонической системе координат имеет вид [16]:

$$ds^2 = - \left(1 + \frac{r_g}{r} \right)^2 (dx^2 + dy^2 + dz^2) - \left(\frac{r_g}{r^2} \right)^2 \frac{r+r_g}{r-r_g} (xdx + ydy + zdz)^2 + \frac{r-r_g}{r+r_g} c^2 dt^2. \quad (6.1)$$

Для простоты рассмотрим случай, когда направление распространения электромагнитной волны $\vec{k}$ параллельно или антипараллельно неоднородности гравитационного поля. Очевидно, что локально этому случаю соответствует распространение плоской волны $\hat{k} = (0, 0, k)$ внутри узкого конуса:

$$x^2 + y^2 \ll z^2 \simeq r^2. \quad (6.2)$$

При этом значениям $k > 0$ соответствует распространение излучения от центрального тела (звезды), $k < 0$ — распространение излучения к звезде. В области (6.2) метрика (6.1) принимает простой вид:

$$ds^2 = - \left(1 + \frac{r_g}{r} \right)^2 (dx^2 + dy^2) - \frac{r+r_g}{r-r_g} dz^2 + \frac{r-r_g}{r+r_g} c^2 dt^2. \quad (6.3)$$

В первом релятивистском приближении для тензора проводимости получим выражение:

$$\begin{aligned} \sigma_{\perp}(k, \omega) &= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\omega_{Ne}}{\omega \left(1 + \frac{r_g}{r} \right)} \right]^2 \left\{ v_{\text{eff}} \left(1 - \frac{5}{2\lambda} \right) - kc\alpha \frac{r-r_g}{r+r_g} \left[1 - \frac{1}{\lambda} \left[\frac{97}{8} \left(1 - \frac{r_g}{r} \right)^2 \right. \right. \right. \right. \\ &+ 2 \left(2 - \frac{r_g}{r} \right) \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) - 7 \left(\frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^2 + \left. \left. \left. \left(\frac{kc}{\omega} \right)^2 \left(\frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^3 \right] \right] + i\omega \left[1 - \frac{5}{2\lambda} + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{kc}{\omega} \frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^2 \right] \right\}; \\ \sigma_{\parallel}(k, \omega) &= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\omega_{Ne}}{\omega \left(1 + \frac{r_g}{r} \right)} \right]^2 \left\{ v_{\text{eff}} \left(1 - \frac{5}{2\lambda} \right) - kc\alpha \frac{r-r_g}{r+r_g} \left[3 - \frac{1}{\lambda} \frac{r-r_g}{r+r_g} \left(33.5 - 4 \frac{r_g}{r} \right) \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{15}{\lambda} \left(\frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^3 \left(\frac{kc}{\omega} \right)^2 \right] + i\omega \left[1 - \frac{5}{2\lambda} + \frac{3}{\lambda} \left(\frac{kc}{\omega} \frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^2 \right] \right\}. \quad (6.4) \end{aligned}$$

Здесь все величины ω_{Ne} , v_{eff} , α , λ , зависят от r и имеем

$$\omega_g = \frac{cr_g}{r^2 - r_g^2}, \quad (6.5)$$

Дисперсионное соотношение для поперечных колебаний имеет вид:

$$-g^{11}g^{33}k^2 + g^{44}\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{4\pi i\omega}{c^2}g^{44}\sigma_{\perp}(k, \omega) = 0. \quad (6.6)$$

Используя в (6.6) выражение для $\sigma_{\perp}$ из (6.4), получим спектр поперечных колебаний плазмы в гравитационном поле:

$$\omega^2 = \omega_{Ne}^2(r) \left(1 - \frac{5}{2\lambda}\right) + \left(kc \frac{r-r_g}{r+r_g}\right)^2 \left[1 + \frac{\omega_{Ne}^2(r)}{\lambda\omega^2}\right], \quad (6.7)$$

представляющий собой классический, подправленный множителем $g_{44} = \frac{r-r_g}{r+r_g}$.

Как видно из (6.7), групповая скорость поперечных колебаний

$$v_{group} \simeq c \frac{r-r_g}{r+r_g} / \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{Ne}}{kc} \frac{r+r_g}{r-r_g}\right)^2}$$

стремится к нулю на гравитационном радиусе. Для декремента затухания поперечных колебаний $\gamma_{\perp}(k)$ получим из (6.6):

$$\gamma_{\perp}(k) = - \frac{v_{eff} \left(1 - \frac{5}{2\lambda}\right) - kc\alpha(k) \frac{r-r_g}{r+r_g} \left[1 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^2 \left(16.125 - \frac{7}{\left(1 + \frac{r_g}{r}\right)^2} + \left(\frac{kc}{\omega}\right)^2 \frac{1 - \frac{r_g}{r}}{\left(1 + \frac{r_g}{r}\right)^3} - \frac{2r_g}{r-r_g}\right)\right]}{2 \left(1 + \frac{r_g}{r}\right) \left[1 - \frac{5}{2\lambda} + \left(\frac{kc}{\omega_{Ne}} \frac{r-r_g}{r+r_g}\right)^2\right]}, \quad (6.8)$$

где $\alpha(k) = \omega_g/\omega(k)$. Ограничиваясь нерелятивистским рассмотрением, имеем из (6.8):

$$\gamma_{\perp}(k) = - \frac{v_{eff}(r) - kc\alpha(k) \frac{r-r_g}{r+r_g}}{2 \left(1 + \frac{r_g}{r}\right) \left[1 + \left(\frac{kc}{\omega_{Ne}} \frac{r-r_g}{r+r_g}\right)^2\right]}. \quad (6.9)$$

Как видно из (6.9), при выполнении условия

$$k\alpha(k) \frac{r-r_g}{r+r_g} > v_{\text{eff}}(r), \quad (6.10)$$

декремент затухания меняет знак, — электромагнитная волна при этом раскачивается по закону $\exp(|\gamma_{\perp}(k, r)|t)$. Плазма при выполнении условия (6.10) оказывается неустойчивой по отношению к поперечным электромагнитным колебаниям. Условие (6.10) может быть реализовано лишь для $k > 0$, т.е., для излучения, распространяющегося от звезды. Выражение, аналогичное (6.10) для дрейфовых

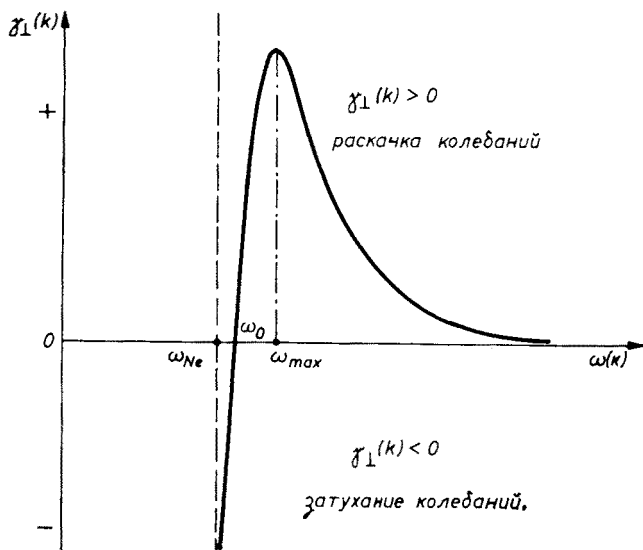


Рис. 1. Схематическое изображение инкремента нарастания поперечных колебаний в плазме, находящейся в гравитационном поле.

$$\omega_0 = \omega_{Ne} / \sqrt{1 - \left(\frac{v_{\text{eff}}}{\omega_g}\right)^2}, \quad \omega_{max} = \begin{cases} \frac{\omega_{Ne}}{\sqrt{2\left(\frac{\omega_g}{v_{\text{eff}}} - 1\right)}} & (\text{слабая неустойчивость: } \omega_g \simeq v_{\text{eff}}) \\ \sqrt{\frac{3}{2}} \omega_{Ne} & (\text{сильная неустойчивость: } \omega_g \gg v_{\text{eff}}) \end{cases}$$

колебаний плазмы в магнитном поле было получено в [17]. В последнем случае раскачка вызывалась гравитационным дрейфом частиц в магнитном поле, который имеет разный знак для электронов и ионов. В нашем же случае, как показано в [11], раскачка связана с линейным Доплер-эффектом для электронов, падающих в гравитационном поле. При этом оказывается, что кинетическая энергия колебаний электронов, падающих на звезду, в случае $k > 0$ изменяется на величину большую, чем изменение кинетической энергии колебаний для электронов, движущихся

от звезды. Вследствии этого уменьшается поперечная температура плазмы — плазма сжимается — и в результате происходит перекачка гравитационной энергии плазмы в энергию электромагнитного излучения. Как видно из (6.8) учет релятивизма несколько уменьшает эффект усиления, во-первых, вследствие увеличения инертной массы электронов, и, во-вторых, вследствие квадратичного Доплер-эффекта.

Как видно из (6.9), необходимое и достаточное условие раскачки поперечных колебаний есть:

$$\left. \begin{aligned} k &> 0, \\ \omega_g(r) &> v_{\text{eff}}(r). \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

В случае, если одно из условий (6.11) не выполнено, плазма устойчива по отношению к поперечным электромагнитным колебаниям. Из (6.11) также видно, что вблизи гравитационного радиуса плазма всегда неустойчива. В случае сильного второго неравенства (6.11) возможна сильная раскачка колебаний; максимум усиления при этом приходится на частоты, близкие к ленгмюровской.

Перейдем к рассмотрению продольных колебаний. Дисперсионное соотношение для этих колебаний имеет вид:

$$1 - \frac{4\pi i}{\omega} g_{33} \sigma_{||} = 0. \quad (6.12)$$

Продольные колебания плазмы в гравитационном поле в области затухания Ландау исследованы в [18], где показано, что декремент затухания изменяется лишь вследствие изменения собственной частоты колебаний. В этой статье мы ограничимся рассмотрением продольных колебаний в области, далекой от затухания Ландау, т.е. в (5.11). Применение (6.4) к (6.12) дает спектр продольных колебаний:

$$\omega^2 = \omega_{Ne}^2(r) \left[1 - \frac{5}{2\lambda} + \frac{3}{\lambda} \left(\frac{kc}{\omega} \frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^2 \right]. \quad (6.13)$$

Групповая скорость продольных колебаний

$$v_{\text{group}} = \frac{\partial \omega}{\partial k} \simeq 3v_{Te} \frac{kv_{Te}}{\omega_{Ne}} \left(\frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^{3/2}$$

также стремится к нулю на гравитационном радиусе. Для декремента затухания продольных волн в случае выполнения (5.11) получим:

$$\gamma_{||}(k) = - \frac{v_{\text{eff}} \left(1 - \frac{5}{2\lambda} \right) - kc\alpha(k) \frac{r-r_g}{r+r_g} \left[3 - \frac{1}{\lambda} \frac{r-r_g}{r+r_g} \left(33.5 - \frac{4r_g}{r} \right) + \frac{15}{\lambda} \left(\frac{kc}{\omega_{Ne}} \right)^2 \left(\frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^3 \right]}{2 \left[1 - \frac{5}{2\lambda} + \frac{3}{\lambda} \left(\frac{kc}{\omega_{Ne}} \frac{r-r_g}{r+r_g} \right)^2 \right]}, \quad (6.14)$$

откуда следует, что продольные волны также могут раскачиваться при условии:

$$kc > \omega \frac{v_{\text{eff}}}{3\omega_g}. \quad (6.15)$$

Спектр неустойчивых продольных колебаний, однако, ограничен еще и сверху затуханием Ландау.

7. Приложение теории к астрофизике

Наиболее интересным из перечисленных является эффект раскачки (усиления) поперечных электромагнитных колебаний. В этом разделе мы приведем классические оценки этого эффекта. Учитывая выражение для эффективной частоты электронно-ионных столкновений (5.7), запишем условие (6.11) в численном виде:

$$\Phi(\varrho) = \frac{LR_0^2 Z^2 N_0}{M \cdot T_6^{3/2}} \varrho^2 \exp \left[-\frac{8840M}{R_0 T_6} \left(1 - \frac{1}{\varrho} \right) \right] < 1.62 \times 10^{15}, \quad (7.1)$$

где здесь и в дальнейшем: R_0 — радиус плотной части звезды в км., M — масса звезды в единицах солнечных масс, N_0 — концентрация электронов на поверхности звезды, T_6 — электронная температура плазмы в миллионах градусов Кельвина, $\varrho = r/R_0$, L — кулоновский логарифм. Функция $\Phi(\varrho)$ стремится к бесконечности при $\varrho = 0, \infty$ и имеет один минимум при $\varrho_{\min} = 4420 M/T_6$. В случае, если в области $\varrho \geq 1$ кривая $\Phi(\varrho)$ не пересекается с прямой $\Phi = 1.62 \cdot 10^{15}$, плазма устойчива по отношению к поперечным электромагнитным колебаниям. Такой случай реализуется при выполнении неравенств:

$$\Phi(1) = \frac{LR_0^2 Z^2 N_0}{MT_6^{3/2}} \geq 1.62 \times 10^{15},$$

$$\varrho_{\min} = \frac{4420M}{R_0 \cdot T_6} \leq 1. \quad (7.2)$$

Рассмотрим звезду типа Солнца: $M = 1$, $R_0 = 7 \times 10^5$, $T_6 = 1$, $Z = 1$, тогда $\varrho_{\min} = 6.3 \times 10^{-3} \ll 1$, $\Phi(1) = 5.2 \times 10^{12} N_0$. Таким образом, при $N_0 > 3 \times 10^2$ корона таких звезд устойчива. Типичные значения концентрации ионов в короне звезд главной последовательности порядка $10^6 \div 10^9 \text{ см}^{-3}$, в атмосферах $10^{10} - 10^{13}$, т.е., короны и атмосферы звезд главной последовательности устойчивы.

В случае, если прямая $\Phi = 1.62 \times 10^{15}$ пересекает $\Phi(\varrho)$ в области $\varrho \geq 1$ один раз, имеется область, неустойчивая по отношению к электромагнитному возмущению, лежащая в пределах $\varrho = 1$ (поверхность звезды), $\varrho \geq 1$. Если же имеется два пересечения в области $\varrho \geq 1$, нижняя граница неустойчивой области смещается в сторону больших значений ϱ .

Численный анализ показывает, что условие (7.1) может выполняться лишь в коронах и атмосферах сверхплотных и нейтронных звезд. В таблице I приведены

нижние и верхние границы неустойчивой области в гелиевой атмосфере нейтронной звезды массы 0.72 в зависимости от концентрации ионов и электронной температуры. Из этой таблицы видно, что устойчивость атмосферы нейтронной звезды может быть очень легко нарушена. Размер неустойчивой области быстро уменьшается с ростом температуры плазмы. Это связано с выравниванием распределения плотности с ростом температуры, при этом, однако, в связи с уменьшением частоты стол-

ТАБЛИЦА I

Границы неустойчивой области в гелиевой атмосфере нейтронной звезды массы $0.35 M_0$ в зависимости от электронной температуры (T_6) и концентрации ионов гелия (N_0) на сфере радиуса 16.8 км

$T_6 \backslash N_0$	10^{12}	10^{14}	10^{16}	10^{18}	10^{20}	10^{22}	10^{24}
1	1.005 : ∞ 2.2 : 0.00	1.017 : ∞ 2.1 : 0.00	1.030 : ∞ 1.7 : 0.00	1.043 : ∞ 1.7 : 0.00	1.057 : ∞ 1.6 : 0.00	1.070 : ∞ 1.6 : 0.00	1.084 : ∞ 1.7 : 0.00
5	1.01 : ∞ 7.5 : 00.0	1.08 : ∞ 5.6 : 0.00	1.15 : ∞ 4.4 : 0.00	1.22 : ∞ 4.9 : 0.00	1.33 : ∞ 5.2 : 0.00	1.44 : ∞ 6.0 : 0.00	1.55 : ∞ 8.1 : 0.00
10	0.94 : ∞ 23 : 0.00	1.1 : ∞ 18 : 0.00	1.3 : 10^4 12.24×10^{-6}	1.5 : 10^3 6.24×10^{-5}	1.9 : 350 $8.5 \cdot 2.4 \times 10^{-4}$	2.8 : 9.3 $2.9 \cdot 2.6 \times 10^{-3}$	4.4 : 5.5 2.2 : 0.95
50	0.75 : 75 43 : 0.21	1.5 : 16 30 : 2.1	устойчива				

Левые и правые числа в верхней части клеток, соответственно, нижние (ϱ_1) и верхние (ϱ_2) границы неустойчивой области в ед. r/R_0 . Левые и правые числа в нижних частях клеток — электронные Ленгмюровские частоты в ед. 10^{10} гц, соответствующие этим границам.

кновений возрастает локальная концентрация $N(\varrho)$, при которой плазма еще не устойчива. Интересно отметить, что при электронных плотностях порядка 10^{10} и ниже, т.е., при электронных плотностях, которые обычно фигурируют в моделях пульсаров [19], плазма является заведомо неустойчивой. Согласно проведенным численным расчетам энергию неустойчивой области атмосферы в поле тяготения нейтронной звезды можно описать выражением:

$$E = 3.4 \times 10^4 M^2 T_6 \left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} \right). \quad (7.3)$$

При $T_6 = 10$, $M = 0.75$, $N_0 = 10^{20}$; 10^{22} ; 10^{24} получим для гравитационной энергии неустойчивой области 1×10^{25} ; 4.9×10^{26} ; 8.5×10^{27} эрг, соответственно. Таким образом, если за время $\tau_2 \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ сек. вся гравитационная энергия неустойчивой области трансформируется в энергию электромагнитного излучения, то для мощности последнего будем иметь $10^{27} - 10^{31}$ эрг/сек., т.е., порядка мощности излучения пульсаров [19]. Оценки длительности импульса, приведенные в [8], полученные из баланса гравитационной энергии плазмы и энергии высвечиваемого

электромагнитного излучения при этом действительно дают 1—10 мсек. Поскольку в случае сильной раскачки инкремент усиления имеет резкий максимум на частоте $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{3}{2}} \omega_{Ne}$, то раскачиваться будут, в основном, колебания с такими частотами. Так как в течении излучательного импульса плотность частиц будет перераспределяться со временем, то, конечно, форма спектра усиленного излучения будет зависеть от времени. Из (7.1), однако, можно получить оценку максимума спектра и соответствующую ему частоту, учитывая, что максимальной неустойчивости соответствуют $\varrho = \varrho_{\min}$. Тогда для указанного примера найдем частоты, соответствующие максимуму спектра излучения: $\omega = 9; 90; 900$ Мгц для $N_0 = 10^{20}; 10^{22}; 10^{24}$ см⁻³ и $T_6 = 10$. При меньших температурах частота излучения быстро уменьшается, при больших — быстро растет, приближаясь к оптическому диапазону. Таким образом, радиопульсарам наиболее подходят температуры порядка $T_6 = 8—12$, что хорошо согласуется с расчетами Мортон [20] температуры атмосферы нейтронной звезды, который приводит значения $T_6 = 5—16$.

Суммируя все эти результаты, природу субимпульсов в радиоизлучении пульсаров можно представить следующим образом. Допустим, в гравитационное поле нейтронной звезды помещена плазма с параметрами, удовлетворяющими условиям (7.1). При этом в неустойчивой области начинается раскачка электромагнитных колебаний, — при этом плазма сжимается, высвечивая свою гравитационную энергию в виде электромагнитного излучения. Границы усиливающей области сильно зависят от плотности плазмы и ее температуры. При $T_6 = 10$ и $N_0 = 10^{20}$ размер усиливающей области составляет около 350 радиусов звезды, тогда как при $N_0 = 10^{22}$ всего 6. С нижних границ усиливающей области излучается более жесткое излучение чем с верхних. При повышении температуры плазмы и ее плотности спектр усиленного излучения становится более узким в частотном диапазоне и смещается в область высоких частот. Так, например, при $T_6 = 10$, $N_0 = 10^{24}$ спектр излучения содержит волны в диапазоне длин от 1 до 10 см.

После стадии окончательного сжатия, т.е., с момента, когда условие (7.1) перестанет выполняться, декремент затухания станет существенно отрицательной величиной вследствие чего произойдет быстрый разогрев плазмы высокочастотными колебаниями. В результате разогрева произойдет расширение плазмы в пустоту, при этом вновь создадутся условия для раскачки колебаний, — процесс возобновится.

Существование достаточно сильного магнитного поля у нейтронной звезды, в принципе, может стабилизировать указанную неустойчивость в экваториальных областях и поляризовать излучение в полярных.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Н. А. Черников, ДАН СССР, **144**, 1 (1962).
- [2] Н. А. Черников, ОИЯИ *препринт* Р-1028 (1962).
- [3] N. A. Chernikov, *Acta Phys. Pol.* **27**, 3 (1965).
- [4] Н. А. Черников, ОИЯИ *препринт* Р-1159 (1962).
- [5] Н. А. Черников, ОИЯИ *препринт* Р-1261 (1962).

- [6] С. И. Брагинский, в сб. *Вопросы теории плазмы* 1 (1963).
- [7] Ю. Г. Игнатьев, Тезисы докладов всесоюзного симпозиума *Новейшие проблемы гравитации*, Москва 1973.
- [8] Ю. Г. Игнатьев, в сб. *Физика*, Изд. КГУ, 1974.
- [9] М. И. Коган, *Динамика разреженного газа*, Наука, Москва 1967.
- [10] В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, *Волны в магнитоактивной плазме*, Наука, 1970.
- [11] Ю. Г. Игнатьев, *Физика*, *Известия Вузов* (в печати).
- [12] В. Buti, *Phys. Fluids* 5, 1 (1962).
- [17] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, 1964.
- [14] В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, ГИФМЛ, Москва 1968.
- [15] С. Т. Беляев, Г. И. Будкер, *ДАН СССР* 107, 6 (1956).
- [16] В. А. Фок, *Теория пространства, времени и тяготения*, ГИФМЛ, Москва 1961.
- [17] M. N. Rosenbluth, C. L. Longmire, *Ann. Phys. (USA)*, 1, 120 (1957).
- [18] А. В. Захаров, Ю. Г. Игнатьев, в сб. *Гравитация и теория относительности*, вып. 12 (в печати).
- [19] В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, В. В. Зайцев, *УФН* 201, (1969).
- [20] D. C. Morton, *Astrophys. J.* 140, 460 (1964).